О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА

Аблялимов Олег Сергеевич

канд. техн. наук, старший научный сотрудник, и.о. профессора кафедры «Локомотивы и локомотивное хозяйство» Ташкентский государственный транспортный университет, Узбекистан, г. Ташкент

E-mail: o.ablyalimov@gmail.com

ABOUT SOLUTION OF THE OPTIMIZATION PROBLEM ON THE BASED OF THE MAXIMUM PRINCIPLE

Oleg Ablyalimov

Doctor of philosophy, chief worker, acting professor of the chair «Locomotives and locomotive economy» Tashkent state transport university, Uzbekistan, Tashkent

АННОТАЦИЯ

Приводится теоретическое толкование математического метода оптимального управления с учётом принципа максимума Л. С. Понтрягина и решение задачи оптимизации по обоснованию оптимального режима работы силовой энергетической установки тепловозов 3ТЭ10М в эксплуатации.

ABSTRACT

The theoretical interpretation of the mathematical method of optimal control, taking into account the maximum principle of L. S. Pontryagin, and the solution of the optimization problem to substantiate the optimal operating mode of the power plant of 3TE10M diesel locomotives in operation are given.

Ключевые слова: исследование, оптимизация, метод, принцип максимума, принцип оптимальности, решение, выбор, режим, теория.

Keywords: investigation, optimization, method, maximum principle, optimality principle, decision, choice, mode, theory.

Данные исследования проводились параллельно с работами [1,2] и являются их логическим продолжением, цель которых состоит в решении задачи по выбору оптимального режима ведения грузового поезда с массой состава Q = 3750 т и нагрузкой на ось q_o = 20,0 т/ось тепловозами 3ТЭ10М на виртуальном участке железнодорожного пути со временем в пути следования подвижного состава равным t_x = 38,5 мин.

Прежде чем говорить о практической составляющей поставленной цели исследований раскроем основные положения принципа максимума, разработанного школой Л. С. Понтрягина [5,6], так как огромное внимание исследователей привлекает возможности применения принципа максимума для решения задач оптимизации движения поезда.

Основные положения принципа максимума заключаются в следующей теореме.

Предположим, что для рассматриваемого управляемого объекта, описываемого уравнением в векторной форме

$$\dot{O} = f(O, P),\ P \in P_{\text{у}} \qquad (1)$$

и предписанного конечного состояния O_1 выполняются две вышеуказанные гипотезы [2,4], а также третья гипотеза о наличии для функции $B(O)$ при $O = O_1$ вторых непрерывных производных $\frac{\partial^2 B(O)}{\partial O^i \cdot \partial O^j}$, i,j = 1,2,…,k, а функции $f^i(O, \mathrm{P})$ - первых непрерывных производных $\frac{\partial f^i(O,P)}{\partial O^i}$, i = 1,2,…,m.

Пусть $P(O_a)$, $O(O_a)$, $O_{ao} \leq O_a \leq O_{a1}$, некоторый процесс, переводящий объект из начального состояния O_o в состояние O_1.

Введем в рассмотрение функцию H, зависящую от переменных O', …,O^n, P', …,P^r и некоторых вспомогательных переменных ψ_1,…, ψ_n, а $\psi_1 = \frac{\partial B\{O(O_a)\}}{\partial O^1}$,…, $\psi_n = \frac{\partial B\{O(O_a)\}}{\partial O^n}$, то есть

$$H(\psi, O, P) = \sum_{i=1}^{n} \psi_1 f^i(O, P) \leq 1 \qquad (2)$$

С помощью этой функции H запишем следующую систему дифференциальных уравнений для вспомогательных переменных, а именно:

$$\Psi_k = \frac{\partial H\{\psi, O(O_a), P(O_a)\}}{\partial O^n},\ k = 1,\dots,n \qquad (3)$$

где $O(O_a)$, $P(O_a)$ - рассматриваемый процесс.

Библиографическое описание: Аблялимов О.С. О решении задачи оптимизации на основе принципа максимума // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2020. № 9(78). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/10671

Тогда, если процесс $O(O_a)$, $P(O_a)$, $O_{ao} \leq O_a \leq O_{a1}$ является оптимальным, то существует такое нетривиальное решение $\Psi(O_a) = \{\Psi_1(O_a),\ldots,\Psi_n(O_a)\}$ $O_{ao} \leq O_a \leq O_{a1}$ системы (С), что для любого момента $O_{ao} \leq O_a \leq O_{a1}$ выполнено условие максимума

$$H\,\{\psi(O_a),O(O_a),P(O_a)\} = \\ = max\,H\,\{\psi(O_a),O(O_a),P\} \quad (4)$$

и условие

$$H\,\{\psi(O_a),O(O_a),P(O_a)\} = 1$$

В приведенном виде принцип максимума страдает теми же недостатками, что и метод динамического программирования (даже предполагалось двукратное дифференцирование).

По форме метод динамического программирования [4] и принцип максимума здесь выведены как необходимое условие оптимальности - если процесс оптимален, то выполнены соотношения (7) [2] и соответственно (4), то есть выполнение этих условий необходимо для оптимальности.

Следует отметить, что эти условия выведены лишь в предположении выполнения вышеуказанных гипотез, а их выполнение – отнюдь не необходимо для оптимальности. Вот почему сформулированные выше теоремы не могут считаться необходимыми условиями оптимальности.

Однако, если в принципе максимума [6] решение $\psi(O_a)$ и условие максимума (4) рассматривать на всем отрезке $O_{ao} \leq O_a \leq O_{a1}$ (а не только при $O_{ao} \leq O_a < O_{a1}$), а заключительное условие $H\,\{\psi(O_a),O(O_a),P(O_a)\} = 1$ заменить более слабым требованием

$$H\,\{\psi(O_a),O(O_a),P(O_a)\} \geq 0 \quad (5)$$

Тогда в этой форме принцип максимума будет справедлив без каких бы то ни было предположений о функции параметра выигрыша B, то есть принцип максимума станет весьма удобным и широко применимым условием оптимальности (что имеет отдельное доказательство [5]).

Сегодня, полученные результаты решения задач по оптимизации перевозочной работы локомотивов на основе принципа максимума носят весьма общий характер и пока не могут быть использованы в практических условиях.

Цель следующего этапа исследования состоит в практическом использовании принципа максимума при решении задачи оптимизации перевозочной работы тепловозов 3ТЭ10М на виртуальном участке счёта для заданных условий [3] организации грузового движения и перевозки железнодорожных различных по типу и структуре грузов.

С учётом сказанного выше, исходя из принципа максимума [6], в каждой точке траектории движения объекта значение гамильтониана H должно быть минимальным.

Поэтому, изначально, для заданных условий задачи [3] составляют гамильтониан H, то есть

$$H = -B_ч + \Psi_1 \cdot \xi \cdot f^{/} + \Psi_2 V \quad (6)$$

где $B_ч$ - часовой расход топлива, кг/ч;

ψ_1, ψ_2 - вспомогательные переменные;

ξ - ускорение движения поезда; км·кН/ч^2·Н;

f' - удельная равнодействующая сила поезда, Н/кН.

Вспомогательные переменные ψ_1 и ψ_2 определяют из сопряженной системы дифференциальных уравнений, дифференцируя гамильтониан H по частной производной фазовых координат (S,V), а именно:

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{dH}{\partial V} = \Psi_1 \cdot \xi \cdot \frac{\partial f^{/}}{\partial V} + \Psi_2 - B_ч \quad (7)$$

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{dH}{\partial S} = 0 \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что $\psi_2 = const = \lambda$, поэтому условие оптимальности процесса для N - го шага варьирования составляет величину

$$E_N^O = \min_u(\Psi_{NH}\xi \cdot f_{NH}^{/} + \lambda V_{NH} - B_ч) \quad (9)$$

где E – эффективность процесса, которая характеризуется величиной расхода натурного дизельного топлива тепловозом за поездку, кг.

Здесь значения величин с индексом «H» относятся к началу шага варьирования режимов.

Предлагаем следующий алгоритм определения оптимальной траектории движения поезда:

- задаются начальными значениями фазовых координат (S,V) и вспомогательными переменными (ψ,λ) на первом шаге варьирования режимов;
- подсчитываются значения выражения (9) при различных позициях контроллера машиниста, соблюдая заданные условия [3] и все другие ограничения;
- по режиму, обеспечивающему выполнение условия (9), строится оптимальная траектория скорости движения V и траектория вспомогательной переменной ψ на первом шаге варьирования режимов;
- конечные значения фазовых координат (S,V) и вспомогательных переменных (ψ,λ) первого шага варьирования принимаются начальными для последующего второго шага варьирования и далее производятся расчёты, аналогичные вышеизложенным, для второго шага и т.д.

Для нашего случая решения задачи по выбору оптимального управления движением поезда с учётом принятых автором допущений, когда вспомогательные переменные $\psi_1 = const$ и $\psi_2 = \lambda = 0$ [3], условие оптимальности для N - го шага варьирования будет соответствовать выражению

$$E_N^O = \min_u(\Psi_{NH}\xi \cdot f^1 - B_ч) \quad (10)$$

В результате решения поставленной задачи оптимизации принципом максимума получены следующие значения оптимальных параметров для тепловозов 3ТЭ10М на виртуальном участке железнодорожного пути: касательная механическая работа локомотива $A_к$ = 2517,8 кН км, затраты механической работы локомотива на торможения $A_т$ = 470,8 кН км и полный расход натурного дизельного топлива (критерий оптимальности) E = 238,5 кг. А показатели, характеризующие оптимальную траекторию движения грузового поезда, составили: η = 0,303 - к.п.д. силовой цепи; α = 1,10 - показатель совершенства траектории скорости движения; β = 0,187 - показатель затрат энергии на торможения.

В заключении следует отметить, что использование принципа максимума связано с необходимостью дифференцирования и наличия непрерывных функций в исследуемой области, что во многих случаях решения задач по оптимизации перевозочной работы локомотивов не имеется, поэтому использования рассмотренного автором принципа не дает полного и удобного для практики решения. Все это заставляет продолжать исследования с целью разработки новых и удобных приёмов и методов для практического решения задачи оптимизации перевозочной работы локомотивов.

Список литературы:

1. Аблялимов О.С. К формулировке математических методов оптимальных решений [Текст] / О. С. Аблялимов // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. 2020. № 9 (78). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/10619 (дата обращения: 26.08.2020).
2. Аблялимов О. С. О решении задачи оптимизации методом динамического программирования [Текст] / О. С. Аблялимов // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. 2020. № 9 (78). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/10620 (дата обращения: 26.08.2020).
3. Аблялимов О. С. О методах исследования перевозочной работы локомотивов [Текст] / О. С. Аблялимов // Республиканская научно – техническая конференция с участием зарубежных учёных, посвящённая 80-летию ТашИИТ «Ресурсосберегающие технологии на железнодорожном транспорте» / Ташкентский ин-т. инж. ж-д транспорта. – Ташкент, 2011. – С. 79 – 85.
4. Беллман Р. Динамическое программирование [Текст] / Р. Беллман. - М.: Иностранная литература, 1960, 400 с.
5. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. [Текст] / В. Г. Болтянский. - М.: Наука, 1969, 408 с.
6. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов [Текст] / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко - М.: Наука, 1983, 393 с.