# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

## АЛГОРИТМЫ СОВМЕСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ И ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

***Кодиров Дилмурод Тухтасинович***
*PhD, доцент,*
*Наманганский инженерно-технологический институт,*
*Узбекистан, г. Наманган*

***Кодирова Феруза Мухаммаджановна***
*ст. преп.,*
*Наманганский инженерно-строительный институт*
*Узбекистан, г. Наманган*
*E-mail: alisher_lion90@mail.ru*

## ALGORITHMS FOR JOINT ESTIMATION OF THE STATE VECTOR AND PARAMETERS OF DYNAMIC SYSTEMS

***Dilmurod Kodirov***
*PhD. Associate Professor,*
*Namangan Institute of Engineering and Technology,*
*Namangan, Uzbekistan.*

***Feruza Kodirova***
*Senior teacher,*
*Namangan enginering-construction institute.*
*Uzbekistan, Namangan city.*

**АННОТАЦИЯ**

Приводятся алгоритмы устойчивого оценивания расширенного вектора состояния динамической системы на основе методов условно-гауссовской фильтрации. Приведенные алгоритмы позволяют производить устойчивое совместное оценивание вектора состояния и параметров системы, и тем самым реализовать раздельные подсистемы оценивания и управления.

**ABSTRACT**

Algorithms for stable estimation of the extended state vector of a dynamic system based on conditional Gaussian filtering methods are presented. These algorithms allow us to produce a stable joint evaluation of the state vector and system parameters, and thereby implement separate evaluation and control subsystems.

**Ключевые слова:** динамическая система, расширенный вектор состояния, устойчивое оценивание, условно-гауссовская фильтрация.

**Keywords:** dynamic system, extended state vector, stable estimation, conditional Gaussian filtering.

---

Анализ состояния теории оценивания позволяет выявить особую роль марковских методов в задачах синтеза и анализа систем, которые предназначены для оценивания случайных процессов по результатам наблюдений, искаженных различного рода помехами. Дело в том, что в настоящее время теория марковских и условных марковских процессов является наиболее общим математическим аппаратом, который позволяет с единых методологических позиций успешно решать разнообразные задачи оценивания [1-7].

Рассмотрим нелинейную непрерывную систему в дискретном времени

$$x_{k+1} = f\left(x_k, u_k, \theta, k\right) + g\left(\theta, x_k\right) w_k, \quad x(0) = x_0,$$

$$z_k = h(\theta) x_k + v_k,$$

---

Библиографическое описание: Кодиров Д.Т., Кодирова Ф.М. Алгоритмы совместного оценивания вектора состояния и параметров динамических систем // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2021. 7(88). URL: *https://7universum.com/ru/tech/archive/item/12091*

где $X_k$ – $n$-мерный вектор состояния; $u_k$ – $m$-мерный входной сигнал управления; $z_k$ – выходной сигнал размерности $r$; $\theta$- неизвестный вектор параметров размерности $l$; $f$ и $g$- некоторые функции; $w_k$ и $v_k$ - соответствующие последовательности гауссовых случайных переменных с нулевыми средними и ковариациями

$$E\{w_k w^T(j)\} = Q_k \delta_{kj}, \ E\{v_k v^T(j)\} = R_k \delta_{kj}.$$

Будем полагать, что состояние $x_0$ – случайная переменная со средним $\bar{x}_0$ и ковариацией $P_0$. Определим составляющие вектора параметров $\theta$ как дополнительные переменные состояния, и будем считать, что для случая постоянных параметров справедливы следующие разностные уравнения, соответствующие некоторому алгоритму оценивания параметров

$$\theta_{k+1} = \theta_k, \quad \theta(0) = \theta_0, \tag{1}$$

а для случая параметров, известным образом зависящих от времени, справедливы другие уравнения

$$\theta_{k+1} = K_k \theta_k + c_k, \quad \theta(0) = \theta_0, \tag{2}$$

где $K_k$ и $c_k$ известны, $\theta_0$- гауссова случайная переменная с функцией плотности $p(\theta_0)$, представляющей априорное знание о векторе $\theta$. Уравнения (1) или (2) являются функцией нового вектора состояния $X_k$ размерности $(n+l)$ [2,6]:

$$X_k^T \stackrel{\Delta}{=} \{x_k^T, \theta_k^T\}, \quad X^T(0) = \{x_0^T, \theta_0\}. \tag{3}$$

Итак, имеем следующие уравнения состояния:

$$X_{k+1} = f'(X_k, u_k, k) g'(X_k) w_k, \quad X(0) = X_0, \tag{4}$$

$$z_k = h'(X_k) + v_k. \tag{5}$$

Заметим, что если используется уравнение (2) и величина $c_k$ определена как гауссова случайная переменная [1,4], выражающая неопределенность алгоритма оценивания параметров, то в (4) $w_k$ следует заменить на $w_k'^T = \{w_k^T, c_k^T\}$ с соответствующей коррекцией $g'$.

Предположим теперь, что

$$\begin{aligned} \Delta X_k &\stackrel{\Delta}{=} X_k - X_{0,k}, \\ \Delta z_k &\stackrel{\Delta}{=} z_k - z_{0,k}; \end{aligned} \tag{6}$$

тогда систему можно заменить моделью, линейной относительно приращений [2,3]

$$\begin{aligned} \Delta X_{k+1} &= F_k \Delta X_k + \mathrm{B}_k u_k + \Gamma_k w_k, \\ \Delta z_{k+1} &= C_k \Delta X_k + v_k, \end{aligned} \tag{7}$$

где матрицы вычисляются заранее на основе всей имеющейся информации по формулам

$$\begin{aligned} F_k &\stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial f'(X_{0,k}, u(X_0), k)}{\partial X_0}, & B_k &\stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial f'(X_0, u(X_0), k)}{\partial u(X_0)}, \\ \Gamma_k &\stackrel{\Delta}{=} g'(X_{0,k}, k), & C_k &\stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial h'(X_{0,k}, k)}{\partial X_0}. \end{aligned} \tag{8}$$

Известно [2,6], что при линеаризации уравнений оценивания весьма эффективным оказывается расширенный фильтр Калмана. При использовании такого фильтра линеаризация выполняется относительно предыдущей оценки $\hat{X}_{k|k}$. Тогда уравнения оценивания будут иметь вид [1,2,4]:

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = f'(\hat{X}_{k|k}, u_k^*, k) + \hat{P}_{k+1|k+1} \hat{C}_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} \left[ z_{k+1} - \hat{C}_{k+1} f(\hat{X}_{k|k}, \hat{u}_k^*, k) \right], \tag{9}$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = R_k + \hat{C}_{k+1}^T \hat{P}_{k+1|k} \hat{C}_k^{-1} \hat{P}_{k+1|k},$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \hat{F}_k \hat{P}_{k|k} \hat{F}_k^T + \hat{\Gamma}_k Q_k \hat{\Gamma}_k^T,$$

где матрицы $\hat{F}_k$, $\hat{B}_k$, $\hat{T}_k$ и $\hat{C}_k$, рассчитываемые в темпе реального процесса, являются функциями текущих оценок, аналогично (8):

$$\hat{F}_k \overset{\Delta}{=} \frac{\partial f'(\hat{X}_k, \hat{u}_k^*, k)}{\partial \hat{X}}, \quad \hat{B}_k \overset{\Delta}{=} \frac{\partial f'\left(\hat{X}_k, \hat{u}_k^*, k\right)}{\partial u^*}, \ \Gamma_k \overset{\Delta}{=} g'(\hat{X}_k, k), \ C_k \overset{\Delta}{=} \frac{\partial h'(\hat{X}_k, k)}{d\hat{X}}.$$

Описанные процедуры являются рекуррентными и, следовательно, хорошо приспособлены для реализации на основе современной вычислительной техники. Рекуррентный характер оптимального оценивания согласно (9) представляет собой следствие марковского характера совместного процесса (4). При решении практических задач это требование в принципе не является ограничительным, так как любой случайный процесс с заданной точностью может быть описан как составная часть марковского процесса за счет расширения размерности ненаблюдаемых компонент и соответствующего усложнения модели. Именно по этой причине рассматриваемые алгоритмы составляют предмет марковской теории оценивания.

Таким образом, если в момент времени $t_k$ апостериорная плотность вероятности вектора ненаблюдаемых компонент является гауссовской, то для модели векторов состояния и наблюдения (4), (5) апостериорная плотность вероятности в момент времени $t_{k+1}$ также будет гауссовской. На основании метода математической индукции отсюда следует, что при гауссовском начальном распределении $p[x_0 | \theta_0]$ в рассматриваемом случае апостериорная плотность вероятности ненаблюдаемых компонент вектора $X_k$ будет описываться гауссовским законом распределения в любой момент времени $t_k$, $k = 1,2,...$. Именно по этой причине процесс (4), (5) называется условно-гауссовским [4,7].

Приведенные алгоритмы оценивания расширенного вектора состояния динамической системы на основе методов условно-гауссовской фильтрации позволяют производить устойчивое совместное оценивание вектора состояния и параметров системы, и тем самым реализовать раздельные подсистемы оценивания и управления.

**Список литературы:**

1. D.T.Kodirov,. F.M.Kodirova,. B.Xaydarov Algorithms For Stable Estimation Of The Extended State Vector Of Controlled Objects . Solid State Technology. 2020
2. Алимджанова, Д.И., Муйдинова Н.К. (2020). Повышение эффективности горения угольного топлива в кольцевой печи для обжига строительного кирпича. Universum: технические науки, (4-1 (73)), 67-71.
3. Богуславский И.А. Полиномиальная аппроксимация для нелинейных задач оценивания и управления. – М.: физ.-мат. лит., 2006. – 208 с.
4. Игамбердиев Х.З., Юсупбеков А.Н., Зарипов О.О. Регулярные методы оценивания и управления динамическими объектами в условиях неопределенности. – Т.: ТашГТУ, 2012. - 320 с.
5. Колос М.В., Колос И.В. Методы линейной оптимальной фильтрации. - М.: Наука, 2000. - 158 с.
6. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. –М.: Энергоатомиздат, 1990. -208 с.
7. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. Изд-во: Логос, 2006. – 640с.
8. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред. К.Т. Леондеса Пер. с англ., - М.: Мир, 1980. - 407 с.