ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РАСЧЕТУ ОПТИМИЗАЦИИ АРОК ПО ВЕСУ

Якубов Сабир Халмурадович
д-р техн. наук, профессор,
Каршинский государственный университет,
Республика Узбекистан, Карши
E-mail: sabiryakubov@mail.ru

Хушвоков Исмаил Уролмахаматович
преподаватель, Денауский институт предпринимательства и педагогики,
Республика Узбекистан, Денау

COMPUTATIONAL EXPERIMENT ON THE CALCULATION OF AROC OPTIMIZATION BY WEIGHT

Sabir Yakubov
Doctor of Technical Sciences, Professor,
Karshi State University,
Republic Uzbekistan, Karshi

Ismail Khushvokov
Teacher, Denau Institute of Entrepreneurship and Pedagogy,
Republic Uzbekistan, Denau

АННОТАЦИЯ

В данной работе представлены результаты расчета по оптимизации бесшарнирных арок при различных краевых условиях и системах внешних сил. Задача нахождения оптимальной формы арки в общем случае представляет собою определение из условия минимума веса арки при ограничении прочности, устойчивости, а также деформациям.

ABSTRACT

This paper presents the results of a calculation for the optimization of hingeless arches under various boundary conditions and systems of external forces. The task of finding the optimal shape of the arch in the general case is the determination from the condition of the minimum weight of the arch while limiting strength, stability, and deformation.

Ключевые слова: алгоритмы, оптимизация, целевая функция, толщина арки, вес арки.
Keywords: algorithms, optimization, objective function, arch thickness, arch weight.

Задачи оптимизации инженерных тонкостенных конструкций, предполагают использование широкого класса методов математического программирования от симплекс-алгоритма до глобальных алгоритмов случайного поиска. Постановка задач оптимизации и обратных задач расчета конкретных конструкций позволяет унифицировать методы их решения на основе применения различных методов. Стоит отметить, что подобные задачи обладают рядом особенностей по сравнению с абстрактными задачами математического программирования, что позволяет разработать новые алгоритмы или модифицировать известные методы с ускоренной сходимостью. Из этих особенностей можно выделить следующее. Во-первых, при весовой оптимизации конструкций минимум целевой функции всегда находится на одном или пересечении ограничений по прочности, жесткости, устойчивости рассматриваемых конструкций. Эта особенность позволяет производить параметрическую адаптацию алгоритмов поиска. Во-вторых, задача прямого расчета конструкции, как правило требует на несколько порядков больше затрат машинного времени, чем вычисление целевой функции. Отсюда – возможность структурной адаптации алгоритмов с целью максимально уменьшить количество прямых расчетов конструкций. В - третьих, как прямые расчеты, так и обратные и оптимизационные для достаточно сложных конструкций производится при помощи численных методов. При этом очевидна целесообразность соотношения точности расчетной модели (которая может выражаться в количестве членов ряда координатных функций, узлов разностной сетки, конечных элементов) и положения поисковой системы в области поиска.

Библиографическое описание: Якубов С.Х., Хушвоков И.У. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РАСЧЕТУ ОПТИМИЗАЦИИ АРОК ПО ВЕСУ // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2022. 6(99). URL: *https://7universum.com/ru/tech/archive/item/13879*

При оптимизации арки по весу целевая функция F(X) есть функция, вычисляющая вес арки:

$$F(X)=\int_0^{\beta_0}\gamma Rh(\beta)d\beta \qquad (1)$$

В качестве оптимизируемых параметров мы принимали параметры, определяющие толщину арки и угол раствора арки [1].

Толщина арки h(β) может выражаться только гладкой функцией, имеющей ограниченные вторые производные.

Наиболее близко подойти к оптимальной толщине, дающей минимум веса арки при заданной нагрузке и краевых условиях, можно, задавая функцию, определяющую толщину в виде полинома n-ной степени:

$$h(\beta)=\sum_{i=0}^{n}n_i\beta^i \qquad (2)$$

здесь $h_i(i=\overline{0,n})$ -оптимизируемые параметры. Задавая толщину в виде (2), можно, при достаточно большом n, с любой точностью приблизиться к оптимальному закону h*(β).

Интересен другой подход к нахождению оптимального закона h*, разработанный Половинкиным А.И. [6]. Введенное им оптимизируемые параметры способно с любой точностью (при введении достаточного количества параметров) подойти к оптимальной толщине h*. При этом у него предусмотрено наложение определенных ограничений на свободу изменения оптимизируемых параметров с тем, чтобы оптимизируемая форма не была “зубчатой”, т.е. заранее непригодной к расчету.

Вышеперечисленные подходы решают задачу нахождения оптимальной толщины наиболее полно. Однако при этом может потребоваться большее количество параметров, что резко усложняет оптимизацию.

При решении инженерных задач, когда особо высокая точность не требуется, могут быть целесообразны другие подходы к отысканию оптимальной толщины, а именно: оптимальная толщину искать в классе функций, зависящих от малого, по возможности, числа параметров, и позволяющих при определенных нагружениях и граничных условиях достаточно близко подойти к оптимальной толщине.

При оптимизации арки нами рассмотрены следующие классы функций.

1. Внутренняя и внешняя поверхности арки - эллипсы (рис 1).

Уравнения эллипсов в полярных координатах:

а) наружный эллипс:

$$r_1=\frac{a_1b_1}{\sqrt{b_1^2+\sin^2\beta\left(a_1^2-b_1^2\right)}} \qquad (3)$$

б) внутренний эллипс:

$$r_2=\frac{a_2b_2}{\sqrt{b_2^2+\sin^2\beta\left(a_2^2-b_2^2\right)}} \qquad (4)$$

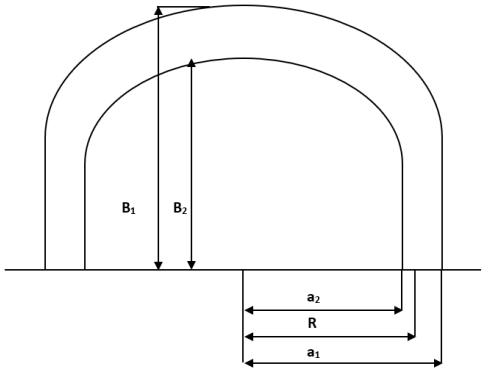

Рисунок 1. Внутренняя и внешняя поверхности арки - эллипсы

Из условия симметрии наружного и внутреннего эллипсов относительно средней линии имеем:

$$\left.\begin{aligned}a_1&=2R-a_2;\\ b_1&=2R-b_2.\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Толщина арки в зависимости от угла β и параметров a_2 и b_2 выражается следующим образом:

$$h=2\left(R-\frac{a_2b_2}{\sqrt{b_2^2+\sin^2\beta\left(a_2^2-b_2^2\right)}}\right) \qquad (6)$$

при $a_2=b_2$ имеем $h=2(R-a)=const.$

2. Толщина меняется по синусоидальному закону.

$$h=h_0+h_1\sin\frac{\pi\beta m}{\beta_0} \qquad (7)$$

Здесь в оптимизируемые параметры можно включить и m можно изменять в широких пределах.

Можно продолжить описание подобных функций, т.к. класс функций, позволяющих близко подойти к оптимальной толщине при различных нагружениях и граничных условиях, очевидно, довольно большой. Однако мы не ставили перед собой задачу отыскать все виды подобных функций. Вероятно, окажется полезным для каждого класса оптимизируемых конструкций подобрать соответствующие виды функций, позволяющие быстро и с минимальными затратами достаточно близко подойти к оптимальной толщине.

Описанные выше функции, определяющие толщину арки зависят от 2-х, 3-х и более оптимизируемых параметров. Ввиду того, что при выводе уравнений равновесия арки учитывалась гипотеза Кирхгоффа-Лява, на оптимизируемые параметры накладываются ограничения.

Поверхности-эллипсы:

$$1.\ 0{,}95R\le a_2,b_2\le R \qquad (8)$$

Толщина меняется по синусоидальному закону.

$$h=h_0+h_1\sin\frac{\pi\beta m}{\beta_0}\le 0{,}1R \qquad (9)$$

Как было сказано, угол раствора арки β_0 также принимался за оптимизируемый параметр. На него также были наложены ограничения.

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4} \qquad (10)$$

Так как пролет арки L с изменением угла β_0 не должен меняться, то при этом меняется радиус линии R, который зависит от угла β_0 и пролета L следующим образом:

$$R = \frac{L}{2\sin\frac{\beta_0}{2}} \qquad (11)$$

Таким образом, полная система ограничений на параметры с учетом (8-11) имеет вид:

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4} \quad 0{,}95\frac{L}{2\sin\frac{\beta_0}{2}} \le a_2, b_2 \le \frac{L}{2\sin\frac{\beta_0}{2}}. \qquad (12)$$

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4}$$

$$0 \le h_0 + h_1 \sin\frac{\pi\beta m}{\beta_0} \le 0{,}1\frac{L}{2\sin\frac{\beta_0}{2}}. \qquad (13)$$

Как видно из выражений (8-13), ограничения на параметры, определяющие толщину арки, зависят от значения угла β_0. Таким образом, получилась как бы "плавающая" система ограничений. Для того, чтобы избежать неприятностей, надо её "закрепить", т.е. перейти к безмерным ограничениям.

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4};\ 0{,}95 \le a, b \le 1. \qquad (14)$$

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4}; \qquad (15)$$

$$0 \le \bar{h}_0 + \bar{h}_1 \sin\frac{\pi\beta m}{\beta_0} \le 0{,}1. \qquad (16)$$

Здесь $a, b, \bar{h}_0, \bar{h}_1$, соответственно a_2, b_2, h_0, h_1 отнесённые к радиусу R.

Ограничения (14, 15) определяют в каждом случае n- мерную область D, в которой производится поиск оптимума. Поиск осложняется тем, что область D "затеняется" дополнительными ограничениями на функцию качества. Это ограничения по прочности, устойчивости, деформациям. Без учета этих ограничений задача имела бы тривиальное решение.

Напряжения, деформации и др. внутренние усилия определяем после решения прямой задачи расчета арки по алгоритмам, описанным в [1,4,5]. Оптимизация производилась при помощи алгоритмов ГП-3 и ГП-4, описанных в [1,2, 3].

Задача 1. Оптимизация бесшарнирной арки постоянной толщины

Оптимизируемые параметры: Угол раствора арки β_0 и толщина h=const.

Физические характеристики материала арки: Модуль упругости $E=2\cdot10^6$ кг/см^2;

Коэффициент Пуассона ν= 0,3;

Допускаемые напряжения [σ]= 2000 кг/см^2;

Длина пролета L= 100 см.

Функция цели – объём арки $V=R\cdot h\cdot\beta_0$ (17)

Ограничения на параметры

$$\frac{\pi}{8} \le \beta_0 \le \frac{\pi}{4}\ \ 0 \le \bar{h} \le 0{,}05. \qquad (18)$$

Нагрузка, равномерно распределенная, направленная к центру кривизны арки, интенсивностью q= 10 кг/см.

Поиск минимумов производился с точностью ε≈3%. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Результаты расчетов оптимизации арки

В локальному минимуме	**V, см^3**	**β_0 , рад.**	$\bar{h}$
1	159,63	0,7854	0,011906
2	287,03	0,6729	0,018596
3	182,74	0,46404	0,008329
4	180,07	0,67131	0,011683

На рис. 2 приведены кривые нормальных напряжений σ(β), изгибающих моментов M(β), прогибов W(β), отвечающих двум минимумам: глобальному (1-му) и третьему.

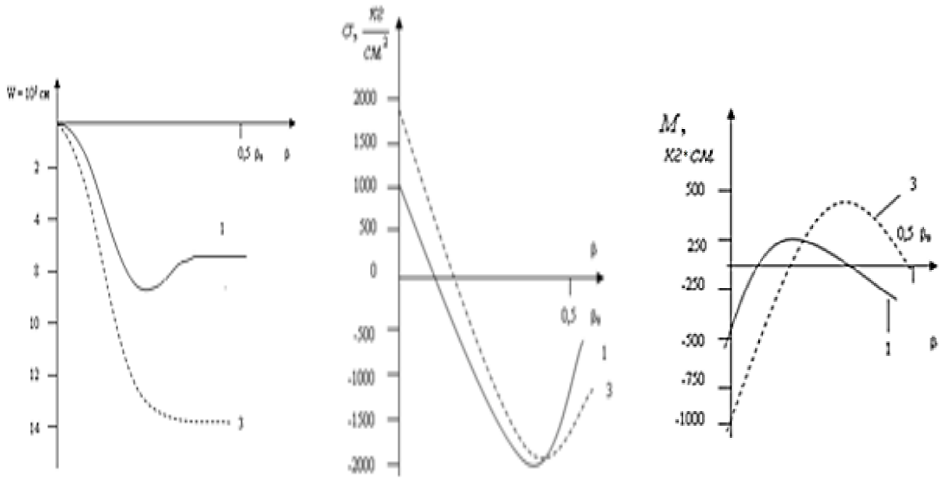

Рисунок 2. Кривые нормальных напряжений σ(β), изгибающих моментов M(β), прогибов W(β): 1- глобальный минимум, 3 – третий минимум

Как видно из табл. 1 и рис. 2, обе конструкции, соответствующие обоим минимумам, работают на пределе прочности, однако в первом минимуме арка имеет меньший вес.

Из рис. 2 видно, что у более пологой арки (3-й минимум) изгибающие моменты и прогиб более крутой. Отсюда можно сделать вывод, что при действии внешнего давления рациональны крутые арки постоянной толщины.

Задача 2. Оптимизация бесшарнирной арки постоянной толщины

Интенсивность нагрузки $q = 10 \cdot \sin \frac{\pi\beta}{\beta_0} кг / см$.

Остальные параметры те же, что и в задаче 1. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2.

Результаты расчетов оптимизации арка

№	V, см^3	β_0, рад	$\overline{h}$
1	96,190	0,785398	0,0071743

Кривые σ (β), M(β), представлены на рис. 3.

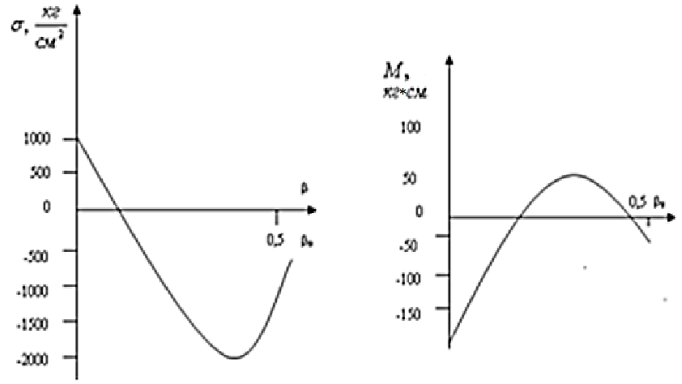

Рисунок 3. Кривые нормальных напряжений σ(β) и изгибающих моментов M(β)

Результаты оптимизации арок показывают, при рассмотренных системах нагрузок рациональны более крутые типы конструкции. Они обладают минимальным весом, а также меньшими значениями изгибающих моментов по сравнению с пологими оболочками [7].

Список литературы:

1. Кабулов В.К., Назиров Ш.А., Якубов С.Х. Алгоритмизация решения оптимизационных задач. – Ташкент: Изд-во «Фан» Академии наук Республики Узбекистан, 2008. – 204 с.
2. Назиров Ш.А., Якубов С.Х. Алгоритмическая система, автоматизирующая процессов оптимизации для проектирования инженерных конструкций и сооружений//Свидетельство Патентного ведомства Республики Узбекистан, DGU 01422, 2007.13.11.
3. Пискорский Л.Ф. Алгоритмы ГП2 и ГП3 поиска глобального экстремума функции многих переменных// Вопросы вычислительной и прикладной математики. Вып. 20, 1973.
4. Пискорский Л.Ф. К выбору оптимальных алгоритмов для решения классов оптимизационных задач// Известия АН УзССР, серия техн. наук. Вып.5, 1980.
5. Пискорский Л.Ф., Вопросы оптимального проектирования арок// Вопросы вычислительной и прикладной математики. Вып. 21, Ташкент, 1974.
6. Половинкин А.И., Бобков Н.К., Буш Г.Я. и др. Автоматизация поискового конструирования. - М.: Радио и связь, 1981. - 344 с.
7. Якубов С.Х. Методы и алгоритмы синтеза и анализа конструкторских и технологических решений в системе автоматизированного проектирования инженерных конструкций и сооружений. - М.: ИНФРА-М, 2019.-164 с.