ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ЗАДАЧА О КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОГО РАДИУСА

Ашуров Бахтиёр Искандарович
ассистент
кафедры Высшая математика
Самаркандский институт экономики и сервиса
Республики Узбекистан, г.Самарканд
E-mail: ashrovbakhtiyor89@gmail.com

THE PROBLEM OF TORSIVE VIBRATIONS OF A VISCOELASTIC ROD OF VARIABLE RADIUS

Bakhtiyor Ashurov
Assistant
of the Department of Higher Mathematics
Samarkand Institute of Economics and Service
Republic of Uzbekistan, Samarkand

АННОТАЦИЯ

В статье рассмотрены три общих колебания вязкоупругого слоя. Это нестационарные поперечные, продольно-радиальные и крутильные колебания. По этим колебаниям можно проверить крутильные колебания отдельно от продольно-радиальных колебаний.

ABSTRACT

The article considers three general oscillations of a viscoelastic layer. These are non-stationary transverse, longitudinal-radial and torsional vibrations. From these vibrations, it is possible to check the torsional vibrations separately from the longitudinal-radial vibrations.

Ключевые слова: вязкоупругий слой, тензор, нестационарный, гидроупругий, радиальный,
Keywords: viscoelastic layer, tensor, nonstationary, hydroelastic, radial,

---

Введение. Уравнения движения рассматриваемой нами гидроупругой системы представляют собой $M\left(\Delta\vec{\Psi}\right)=\rho\dfrac{\partial^2\vec{\Psi}}{\partial t^2}$; волновые уравнения вязкоупругого тела. Для того чтобы иметь определенные решения при интегрировании системы этих уравнений, необходимо использовать граничные условия, а в случае нестационарного движения — начальные условия.

На основании изложенных выше соображений граничных и начальных условий рассматриваемой задачи поставим решаемой основную краевую задачу. Для этого напомним, что крутильные колебания вязкоупругого стержня переменного радиуса симметричны относительно его оси. В этом случае тензоры напряжений и деформаций и все компоненты вектора перемещений не зависят от координаты θ-угла поворота и

$$u_r=\frac{\partial}{\partial r}\left[\Phi+\frac{\partial}{\partial z}\Psi_2\right],$$
$$u_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\Phi-\frac{\partial}{\partial r}\Psi_1,$$
$$u_z=\frac{\partial}{\partial z}\Phi-\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)\Psi_2,$$

Из формулы $U_\theta=-\dfrac{\partial\Psi_1}{\partial r}$ у нас есть выражение. Видно, что только Ψ_1 потенциал подходит для U_θ вращательного или крутильного смещения точек штока. Другими словами, крутильные колебания отличаются от потенциалов всего на Ψ_1.

При этом только $\sigma_{r\theta}$, $\sigma_{z\theta}$ компонент вектора U_θ смещения компонент напряжения отличны от нуля [8].

Библиографическое описание: Ашуров Б.И. ЗАДАЧА О КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВЯЗКОУПРУГОГО СТЕРЖНЯ ПЕРЕМЕННОГО РАДИУСА // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2022. 6(99). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/13933

С учетом этих случаев уравнения движения рассматриваемого стержня $M\left(\Delta\vec{\Psi}\right)=\rho\frac{\partial^2\vec{\Psi}}{\partial t^2}$; сводятся к следующему уравнению относительно Ψ_1 потенциалов:

$$M_0\left(\Delta_0\Psi_1\right)-\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial t^2}=0;$$

$$0\le r\le R$$

здесь $M_0(\zeta)=\zeta(t)-\int_0^t f_2(t-\tau)\zeta(\tau)d\tau$;

$$\Delta_0=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2};$$

$b=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ - скорость распространения поперечных волн в стернальном материале;

μ - коэффициент Ламе;

ρ - плотность материала стержня;

R - радиус поперечного сечения стержня;

r - радиальная координата;

z - продольные координаты.

Радиус рассматриваемого стержня является переменной, т. е. *R*-переменной, которая меняется с продольной координатой и имеет непрерывную функцию. Другими словами

$$R=F(z),\ \ 0<z<\infty$$

где *F* — заданная непрерывная функция. Кроме того, предполагалось, что функция *F (z)* имеет производные нужного порядка (рис. 1).

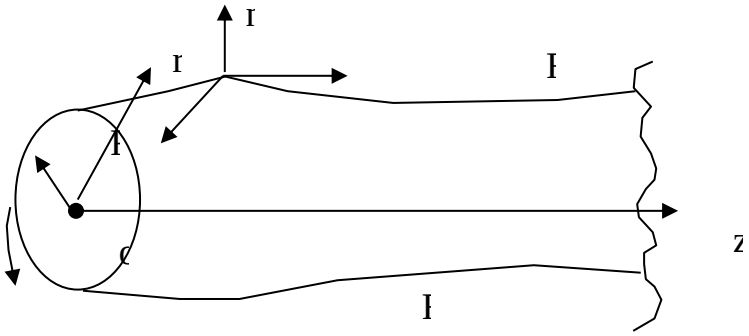

Рисунок 1. Вязкоупругий стержень переменного радиуса

В любой точке М на поверхности стержня переходим в ортогональную систему координат (n,S_1,S_2). В этом случае $S_1 va\ S_2$ лежат в плоскости движения в точке М (перенесенной на поверхность стержня): т. е. перпендикулярны осям координат $S_1 va\ S_2$, а значит, лежат перпендикулярно плоскости движения.

Во введенной ортогональной системе координат (n,S_1,S_2) нормальные и касательные напряжения на поверхности стержня выражаются через напряжения в цилиндрической системе координат (r,θ,z) следующим образом [8].

$$\sigma_{nn}=\frac{1}{\Delta}\left\{\sigma_{rr}+\left[F'(z)\right]^2\sigma_{zz}-2F'(z)\sigma_{rz}\right\};$$

$$\sigma_{nS_1}=\frac{1}{\Delta}\left[\sigma_{r\theta}-F'(z)\sigma_{r\theta}\right];$$

$$\sigma_{nS_2}=\frac{1}{\Delta}\left\{F'(z)(\sigma_{rr}-\sigma_{zz})+\left[1-F'^2(z)\right]\sigma_{rz}\right\},$$

здесь

$$\Delta=1+F'^2(z)$$

Предполагается, что крутильные колебания круглого стержня вызываются напряжениями на его поверхности $r=R=F(z)$, т. е. краевым условием задачи является.

$$\sigma_{nS_1}=f_{nS_1}(z,t).$$

или

$$\sigma_{nn}=\frac{1}{\Delta}\left\{\sigma_{rr}+\left[F'(z)\right]^2\sigma_{zz}-2F'(z)\sigma_{rz}\right\};$$

$$\sigma_{nS_1}=\frac{1}{\Delta}\left[\sigma_{r\theta}-F'(z)\sigma_{r\theta}\right];$$

$$\sigma_{nS_2}=\frac{1}{\Delta}\left\{F'(z)(\sigma_{rr}-\sigma_{zz})+\left[1-F'^2(z)\right]\sigma_{rz}\right\},$$

Учитывая, что $\sigma_{r\theta}-F'(z)\sigma_{z\theta}=\Delta f_{nS_1}(z,t).$

Предположим, что начальные условия задачи равны нулю [5]. Таким образом, задача о крутильных колебаниях вязкоупругой цилиндрической оболочки сводилась к интегрированию системы интегро-дифференциальных уравнений $M_0\left(\Delta_0\Psi_1\right)-\frac{1}{b^2}\frac{\partial^2\Psi_1}{\partial t^2}=0;$

$0 \le r \le R$ с граничными $\sigma_{r\theta} - F'(z)\sigma_{z\theta} = \Delta f_{nS_1}(z,t)$., условиями и начальными условиями, равными нулю.

Заключение. Как указывалось выше, следующие деформации, напряжения и перемещения при крутильных колебаниях вязкой жидкости внутри цилиндрической оболочки отличны от нуля, а формулы для их выражения через Ψ_1 -потенциал существенно упрощаются:

Перемещение $U_\theta = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial r}$ выражается формулой, т.е. $U_\theta = -\frac{\partial \psi_1}{\partial r}$

Компоненты тензора деформации в точках стержня.

$$\varepsilon_{r\theta} = \left(\frac{1}{r} - \frac{\partial}{\partial r}\right) \cdot \frac{\partial \Psi_1}{\partial r}, \quad \varepsilon_{z\theta} = -\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r \partial z};$$

Компоненты тензора напряжения в точках стержня.

$$\sigma_{r\theta} = M\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial^2}{\partial r^2}\right]\Psi_1, \ \sigma_{z\theta} = -M\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r \partial z}.$$

Список литературы:

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. – М: Высшая школа, 1996. – 272 с.
2. Болотин В.В. Колебания и устойчивость упругой цилиндрической оболочки в потоке сжимаемого газа // . Сборник. – 1976. – 24.-С.3-16.
3. Ляв А. Математическая теория упругости. – М. – Л.: ОНТИ, 1935. – 674 с.
4. Никифоров А.Ф., Уварова В.Б. Специальные функции математической физики. – М. «Наука», 1998. – 320 с.
5. Петрашень Г.И. Проблемы инженерной теории колебаний вырожденных систем // Исследования по упругости и пластичности.- Л.:»Изд-во ЛГУ», 1996. № 5.- С. 3-33.
6. Филиппов И.Г, Худойназаров Х.Х. Уточнение уравнений продольно-радиальных колебаний круговой цилиндрической вязкоупругой оболочки // Прикл. мех.-1990.-26, № 2.-с. 63-71.
7. Филиппов И.Г., Чебан В.Г. Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней. – Кишенев: «Штиинца», 1998. – 190 с.
8. Худойназаров Х.Х. Нестационарное взаимодействие круговых цилиндрических упругих и вязкоупругих оболочек и стержней с деформируемой средой. – Ташкент: «Изд-во им. Абу Али ибн Сино», 2003.-325 с.
9. Xudoyberdiyev S.I., Ashurov B.I., Khudoyberdiyev S.I., & Ashurov B.I. (2021). QOVUSHOQ-ELASTIK STERJENDA TEBRANISH JARAYONIDA REZONANS HOSIL BO'LISHI. Academic research in educational sciences, 2(3).