

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ ПАКЕТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*Абдувахидов Мутахирхон Мубашиерович*

*ст. преп., Наманганский инженерное технологический институт,  
Узбекистан, г. Наманган*

*Акрамжанов Дилмурод Мухтор ўгли*

*ассистент, Наманганский инженерное технологический институт,  
Узбекистан, г. Наманган  
E-mail: [akramjanovd@gmail.com](mailto:akramjanovd@gmail.com)*

*Усманов Рашиан Самидулло ўгли*

*магистрант, Наманганский инженерное технологический институт,  
Узбекистан, г. Наманган*

*Отақўзийев Акмалжон Мўминжон ўгли*

*магистрант, Наманганский инженерное технологический институт,  
Узбекистан, г. Наманган*

## RESEARCH OF THE THEORETICAL FOUNDATIONS FOR DETERMINING BENDING RIGIDITY OF PACKAGE STRUCTURES

*Mutaxirxon Abduvohidov*

*Senior lecturer, Namangan Institute of Engineering and Technology,  
Uzbekistan, Namangan*

*Dilmurod Akramjanov*

*Assistant of Namangan Institute of Engineering and Technology,  
Uzbekistan, Namangan*

*Ravshan Usmanov*

*Master's degree of Namangan Institute of Engineering and Technology,  
Uzbekistan, Namangan*

*Akmaljon Otaqo'ziyev*

*Master's degree of Namangan Institute of Engineering and Technology,  
Uzbekistan, Namangan*

### АННОТАЦИЯ

В статье исследованы вопросы аналитического определения изгибной жесткости рабочих органов составной конструкции, имеющих пакет, образованный из жестких дисков, имеющих малые толщины по сравнению с его длиной и поперечными размерами различными способами. Поставленная задача решена путем анализа работы пакетной конструкции на изгиб известными методами сопротивления материалов.

### ABSTRACT

The article investigates the questions of the analytical determination of the bending stiffness of the working bodies of a composite structure having a package formed of hard drives having small thicknesses in comparison with its length and transverse dimensions in various ways. The problem is solved by analyzing the operation of the batch design for bending by known methods of resistance of materials.

**Ключевые слова:** составная конструкция; плоский элемент; пакетный стержень; жесткий диск; гибкий пакетный стержень; монолитный пакетный стержень; чистый изгиб; работа на изгиб; условие равновесия; изгибающая жесткость.

**Keywords:** composite construction; flat element; batch rod HDD; flexible packet rod; monolithic packet rod; clean bend; bending work; equilibrium condition; bending stiffness.

В машиностроении и в строительстве находят применение составные конструкции, образованные набором в пакет плоских элементов и сжатием пакета в продольном направлении. Они могут использоваться в качестве несущих элементов или в качестве рабочих органов. Показатели жесткости этих конструкций являются важнейшими параметрами, характеризующими способность выполнения ими возложенных на них конструктивных и технологических функций. В условиях интенсификации рабочих процессов и усложнения конструкции, особенно характерных для развития машин текстильной, легкой и хлопковой промышленности в последние годы выдвигают на передний план проблемы динамики и прочности, в частности расчетов на вибрацию. Эти проблемы приобретают особую актуальность при проектировании составных рабочих органов, имеющих пакеты, образованные из плоских рабочих и прокладочных элементов. К ним относятся основные рабочие органы ряда технологических машин текстильной и легкой промышленности – формирующие органы многозвенных ткацких машин типа ТММ-360, разделительные цилиндры чесальных аппаратов, конденсоры чесальное-вязальных агрегатов ЧН-180, наборные валы отделочных машин, пыльные цилиндры в различных хлопковых машинах, ножевые барабаны трепальных машин и т.д., причем имеется в виду, что рассматриваемые составные конструкции работают как монолитное тело. Вопросы механики таких конструкций проработаны весьма слабо, что связано с отсутствием к настоящему времени научно обоснованного и надежного метода теоретического определения их жесткостных параметров на стадии проектирования. Жесткости конструкций и отдельных элементов являются интегральными показателями, обобщающими в себе параметры геометрической и физической природы, т.е. геометрической формы и размеров, и физических свойств – механических характеристик соответствующих материалов. Принимаем следующие условности и допущения, которым будем следовать в пределах этой работы.

а. Пакетный стержень – это составная конструкция, состоящая из плоских элементов произвольной конфигурации, возможно из различных материалов, соединенных в пакет любым способом. Основным требованием, которому должен отвечать пакетный стержень – его способность сохранения целостности конструкции при внешнем силовом воздействии. Соединение плоских элементов для образования пакетного стержня чаще всего осуществляется посредством усилия сжатия, являющейся равнодействующей всех продольных силовых факторов, действующих на пакет. Оно направлено по прямой продольной оси пакета или по касательной к изогнутой продольной оси при его изгибной деформации. Конструктивно продольное усилие сжатия может быть сообщено посредством центрально

расположенных вала, работающего на изгиб и кручение или гибкой нити, не работающей на изгиб и кручение, а также несколькими продольными стяжками. Величины усилия сжатия пакета и растяжения стягивающих элементов равны по абсолютной величине и составляют замкнутый силовой контур в пределах пакетного стержня и являются внутренними силами по отношению к нему. При этом в частном случае усилие сжатия может равняться и нулю. Принципиально пакетный стержень может быть образован также путем использования вместо продольного сжатия пакета плоских элементов другого способа, например, склеивания элементов. Считается, что толщины плоских элементов  $l$  на несколько порядков меньше поперечных и продольных размеров пакетного стержня  $H$  и  $L$ .

б. Пакетный стержень описанного вида и выполняющий определенную конструктивную или технологическую функцию будем называть пакетным рабочим органом. Пакетный рабочий орган может иметь плоские рабочие элементы и прокладочные элементы между ними. Тогда рабочие элементы будут выполнять определенные технологические функции, а прокладочные будут служить для установления и закрепления рабочих элементов требуемым образом. Пакетный рабочий орган при выполнении своих технологических функций может совершать движения разнообразного характера. Пакетный рабочий орган чаще всего совершает вращательное движение вокруг собственной продольной оси. Рабочие и прокладочные элементы пакетных рабочих органов имеют, как правило, центрально-симметричные конфигурации относительно оси вращения. Наиболее характерными представителями пакетных рабочих органов данного типа являются пыльные цилиндры различных хлопкоочистительных машин.

в. Пакетный стержень, в котором образование пакета производит не обладающая изгибной и крутильной жесткостью гибкая нить, будем называть гибким пакетным стержнем (ГПС). Согласно этому определению ГПС может явиться составной частью пакетного стержня или пакетного рабочего органа. Тогда параметры жесткости пакетного стержня или пакетного рабочего органа будут определяться в виде сумм параметров жесткости ГПС и вала или других стягивающих пакет элементов. ГПС и его частный случай с нулевой величиной усилия сжатия являются важными теоретическими моделями при исследованиях механики пакетных конструкций.

г. Пакетный стержень, который образован не благодаря усилию сжатия пакета, а благодаря тому, что плоские элементы по контактным поверхностям скреплены друг с другом так, что пакет может работать на растяжение, изгиб и кручение, будем называть монолитным пакетным стержнем (МПС). Такая монолитная пакетная конструкция может быть обра-

зована, например, контактной сваркой или склеиванием плоских элементов по поверхностям контакта. МПС также является важной теоретической моделью при исследованиях механики других пакетных конструкций. Для решения поставленной задачи выполним исследование работы ГПС и МПС на изгиб. В частном случае ГПС величина усилия сжатия пакета

может быть достаточно малой и обеспечивающей только контактирование плоских элементов по всей площади соприкосновения, когда деформации сжатия плоских элементов не будут превышать величин отклонений площадей соприкосновения от плоскостности.

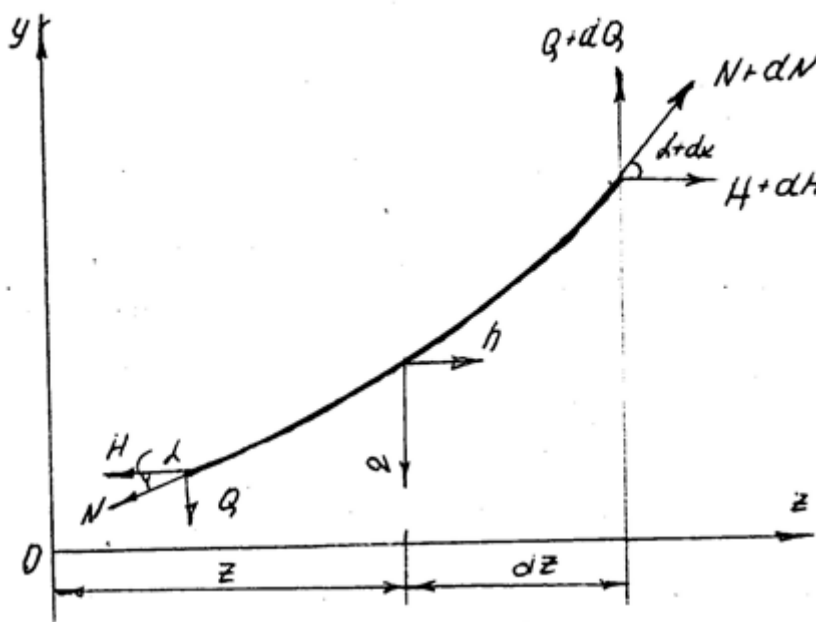


Рисунок 1.

Величину усилия сжатия пакета в этом случае принимаем равной нулю. Проведенный анализ показывает, что методика, по которой определяется величина изгибной жесткости обычной балки, испытывающей прямой изгиб для определения изгибной жесткости ГПС при нулевой величине усилия сжатия пакета неприемлемо. Это связано с тем, что если при изгибе любое волокно балки, не лежащее на нейтральной плоскости, испытывает или растяжение или сжатие, то, когда усилие сжатия пакета нулевое, все воображаемые продольные волокна ГПС могут испытывать только сжатие. Теоретический анализ работы на изгиб ГПС при нулевой величине усилия сжатия пакета выполним сначала при следующих дополнительных допущениях.

1. ГПС состоит из одинаковых плоских элементов, имеющих одинаковые толщины. Стягивающим элементом является нерастяжимая абсолютно гибкая нить, продетая через отверстия в дисковых элементах.

2. Систему координат определим таким образом, что ГПС и стягивающая нить располагаются в первой четверти системы координат и при отсутствии изгибной деформации продольная ось ГПС совпадает с координатной осью  $Z$ . Координатные оси  $X$  и  $Y$  располагаются соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно перпендикулярно к оси  $Z$ .

3. Все внешние силовые факторы к ГПС прилагаются в плоскости симметрии его плоских дисковых элементов.

4. Толщина плоских дисковых элементов, поперечные размеры отверстий в них и гибкой нити являются малыми величинами по сравнению с длиной ГПС и поперечных размеров дисковых элементов.

5. Плоские элементы являются абсолютно жесткими.

6. Плоские элементы могут перемещаться только по вертикали при отсутствии других угловых и линейных перемещений.

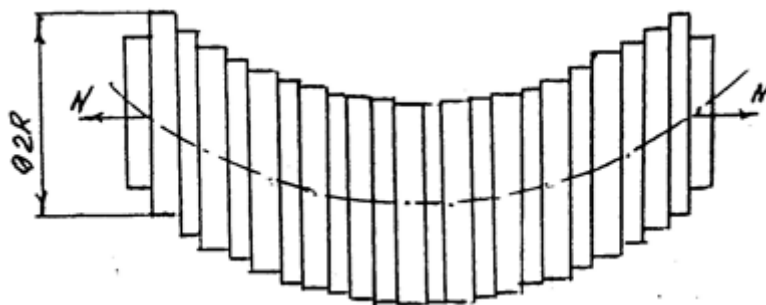


Рисунок 2.

Анализ работы ГПС с нулевой величиной усилия сжатия пакета показывает, что при работе на изгиб гибкая стягивающая нить испытывает действие рас-

тягивающих усилий, которые являются единственными внутренними силовыми факторами, в конечном счете обеспечивающими равновесие с внешними силовыми факторами.

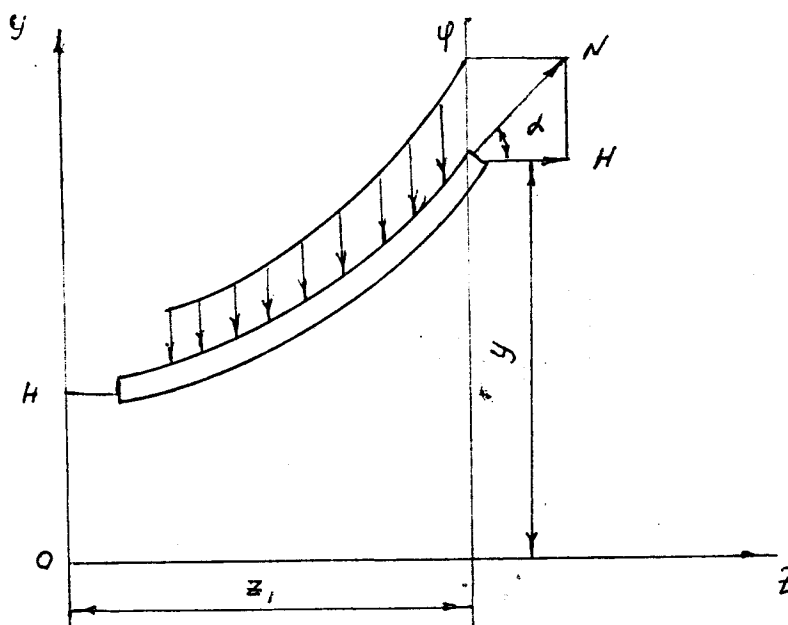


Рисунок 3.

Как известно из курса сопротивления материалов, гибкая нить может воспринимать и поперечную нагрузку за счет изменения направления нити. При нулевой величине усилия сжатия пакета плоские элементы на гибкую нить будут действовать как равномерно распределенная по длине нагрузка. Рассмотрение вопроса о жесткости в этом случае будет полезным для лучшего понимания работы гибкой нити в ГПС при отличной от нуля величине усилия сжатия пакета. Как видно из рисунка 1, усилие  $N$ , растягивающее гибкую нить, всегда направлено по касательной к ней в рассматриваемой точке. Это является следствием неспособности гибкой нити работать на изгиб. Полное усилие натяжения гибкой нити

при принятых условиях может быть определено выражением

$$N = \sqrt{Q^2 + H^2} \tag{1}$$

где:

$Q = Q(z)$  – поперечная сила, например, сила тяжести дисков, равная вертикальной составляющей натяжения нити  $N$ ;  $H = H(z)$  – горизонтальное натяжение, равное горизонтальной составляющей натяжения нити  $N$ .

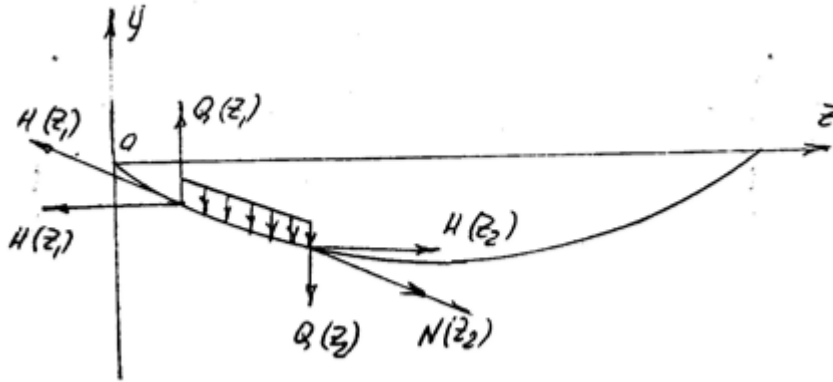


Рисунок 4.

Разрежем нить в точке сечением  $z$  и отбрасываем правую часть. Согласно условиям равновесия гибкой нити сила  $Q$  равна алгебраической сумме всех вертикальных сил, действующих в оставшейся левой части нити. В нашем случае эта сумма величин сил тяжести плоских элементов в оставшейся части нити. Так как усилие  $N$  всегда направляется по касательной к геометрической оси нити, то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dv}{dz} = \frac{Q}{H} \quad (2)$$

где:

$\alpha$  – угол наклона вектора  $N$  к горизонту, или угол между вектором силы натяжения гибкой нити  $N$  и ее горизонтальным составляющим  $H$  в точке с координатами  $y$  и  $z$ .

Рассмотрим условие равновесия элементарного участка длиной  $dz$ . Обозначим  $q$  и  $h$  вертикальное и горизонтальное составляющие распределенной внешней нагрузки, приложенной к гибкой нити. Для них из условий равновесия элементарного участка нити находим:

$$\frac{dQ}{dz} = q \quad (3)$$

$$\frac{dH}{dz} = h \quad (3a)$$

В нашем случае, когда горизонтальные силы отсутствуют, т.е.  $h=0$  и горизонтальное натяжение  $H$  постоянно по всей длине нити. Так что можем написать  $H = \text{const}$ . Тогда рассматривая совместно (2) и (3), получаем основное уравнение равновесия гибкой нити:

$$\frac{d}{dz} \left( H \frac{dv}{dz} \right) = q \quad (4)$$

Из анализа основного уравнения равновесия гибкой нити вытекает, что все параметры условий уравновешивания зависят только от величины осевого

натяжения и не зависят от физических свойств материала нити, геометрических размеров поперечного сечения нити и длины нити. Величина усилия растяжения нити, имеющая такую же метрическую размерность, что и продольная жесткость – силы и определяет жесткость гибкой нити во всех уравнениях динамики нити. Если из гибкой нити вырезать некоторую часть двумя сечениями  $z_1$  и  $z_2$  и заменить действия отброшенных частей усилиями  $N(z_1)$  и  $N(z_2)$ , то из условий равновесия, требующих равенство нулю суммы проекций всех сил на горизонтальную ось, получим  $H(z_1) = H(z_2)$ , то есть, горизонтальная составляющая  $H$  усилия растяжения  $N$  оказывается одинаковой во всех сечениях и является постоянной.

Исследование работы на изгиб: МПС Рассмотрим работу МПС, испытывающего чистый изгиб под действием изгибающего момента внешних сил  $M$ , действующего в вертикальной его плоскости сечений (рис. 5). Принятое нами выше определение МПС позволяет здесь воспользоваться методами сопротивления материалов. Следуя [1] получаем уравнения статики в следующем виде:

$$\sum Z = 0 \quad \text{или} \quad \int_F \sigma_z dF = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_x = 0 \quad \text{или} \quad \int_F \sigma_y dF = M \quad (6)$$

$$\sum M_y = 0 \quad \text{или} \quad \int_F \sigma_z dF = 0 \quad (7)$$

Полученная система из трех уравнений недостаточна для определения нормальных напряжений. Для их определения рассмотрим деформацию стержня длиной  $dz$ , выделенного сечениями 1-1 и 2-2. Здесь для наглядности деформации сильно преувеличены. Оба сечения поворачиваются вокруг нейтральных осей, оставаясь при этом плоскими, и образуют между собой угол  $d\alpha$ . Линия  $O_1O_2$  на нейтральном слое сохранит первоначальную длину  $dz$ . Волокна, расположенные выше нейтрального слоя укорачиваются, а ниже удлиняются.

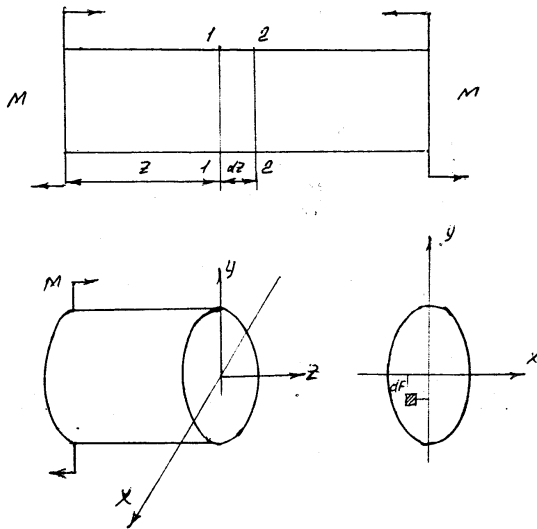


Рисунок 5.

Удлинение произвольного волокна  $AB$ , расположенного на расстоянии  $y$  от нейтрального слоя под действием нормальных напряжений  $\sigma$  равно

$$\Delta l = (\rho + y)\delta\alpha - \rho\delta\alpha = yd\alpha \quad (8)$$

Здесь:

$\rho$  – радиус кривизны нейтрального слоя.

Тогда соответствующее относительное удлинение равно

$$\varepsilon = \frac{y d\alpha}{\rho d\alpha} = \frac{y}{\rho} \quad (9)$$

Теперь можем воспользоваться законом Гука следующим образом:

$$\sigma = \varepsilon E \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{E y}{\rho} \quad (10)$$

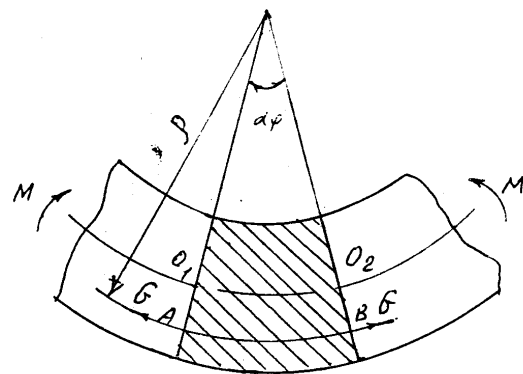
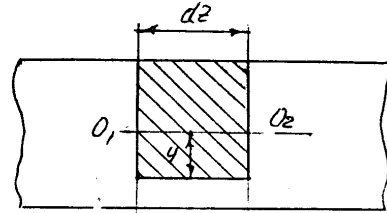


Рисунок 6.

Полученное уравнение показывает, что нормальные напряжения по высоте сечения распределены по линейному закону и их величины прямо пропорциональны расстоянию  $y$  от продольной оси МПС до рассматриваемой точки.

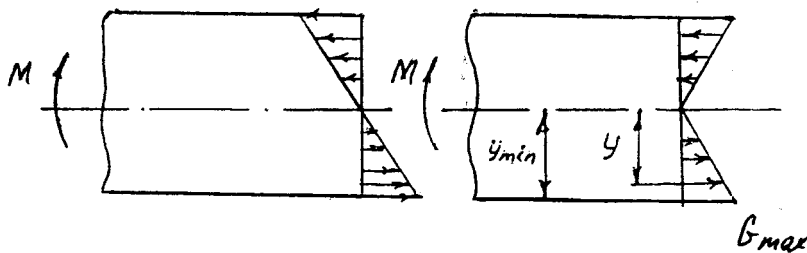


Рисунок 7.

Дальнейшее следование [1] приводит к выражениям:

$$\int_F z dF = 0 \quad (11)$$

$$\int_F xy dF = 0 \quad (12)$$

$$\int_F y^2 dF = J_x \quad (13)$$

Полученный интеграл (12) представляет собой момент площади поперечного сечения стержня относительно оси  $x$ . Тогда из выражения (7) получаем

$$\frac{EJ}{\rho} = M \quad \text{или} \quad \frac{E}{\rho} = \frac{M}{J} \quad (14)$$

Подставляя (13) в (3.9) находим

$$\sigma = \frac{My}{J} \quad (15)$$

Полученную зависимость для определения напряжений можем переписать в выражение для определения деформаций

$$\varepsilon = \frac{My}{EJ} \quad (16)$$

Полученная зависимость связывает величину деформации с величинами изгибающего момента  $M$ , расстояния до рассматриваемого волокна  $y$  и жесткости на изгиб стержня  $EJ$ . Заметим, что величина  $y$  может принять любые значения от  $O$  до максимального значения, равного половине высоты сечения стержня. При круглом сечении стержня эта величина равна радиусу окружности сечения  $R$ . Так как (15) справедлив для любой точки сечения, то его можем переписать для конкретной, скажем крайней верхней или нижней точки круглого поперечного сечения, имеющей максимальную деформацию. Имеем:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{MR}{EJ} \quad (17)$$

Очевидно, полученное выражение можем представить в другом виде:

$$C = \frac{MR}{\varepsilon_{\max}} \quad (18)$$

где:

$C = EJ$  – изгибная жесткость МПС.

Исследование работы ГПС и МПС на изгиб дало следующие результаты:

При отсутствии усилия сжатия между плоскими элементами ГПС, он не может нести изгибную нагрузку, но может воспринимать поперечные силовые факторы. В этом случае несущим элементом является только гибкая нить, условия работы которой вытекают из (4). При этом параметры условий уравновешивания зависят только от величины осевого натяжения и не зависят от физических свойств материала нити, геометрических размеров поперечного сечения нити и длины нити. Жесткость на изгиб МПС, состоящего из круглых дисков радиуса  $R$ , может быть определена как отношение произведения величин реактивного изгибающего момента внутренних сил, уравновешивающего внешний изгибающий момент на радиус поперечного сечения стержня  $R$  к величине деформации крайних воображаемых волокон стержня, отстоящих от нейтральной оси на расстоянии  $R$ .

#### Список литературы:

1. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Том 1. – М.: Машиностроение, 1968. – 832 с.
2. Абдувахидов М. Исследование изгибных и крутильных колебаний пакетных роторов. // Проблемы машиностроения и надежности машин.-1994.-Т.5. -С. 141.
3. Абдувахидов М. Динамика пакетных роторов текстильных машин. Монография. –Т.: Фан, 2011 - 165 с.
4. Акрамжанов Д. Анализ путей влияния на жесткостные параметры пакетных рабочих органов различных факторов. // Научный журнал Universum: Выпуск: 1(70)- Январь 2020. –С. 17. <http://7universum.com/ru/tech/archive/category/170>
5. Акрамжанов Д. Исследование вопросов аналитического определения параметров жесткости пакетных конструкций. // Научный журнал Universum: Выпуск: 4(61)-Апрель 2019. –С. 16. <http://7universum.com/ru/tech/archive/category/158>