ТРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО И ТЕЛО. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ядгаров Уктам Турсинович
канд. техн. наук, доц.,
Бухарский инженерно-технологический институт,
Республика Узбекистан, г. Бухара
E-mail: shm.maxmudov@mail.ru

THREE-DIMENSIONAL SPACE AND BODY. GEOMETRIC MODELING

Uktam Yadgarov
Associate Professor, Ph.D.,
Bukhara Engineering and Technology Institute,
Republic of Uzbekistan, Bukhara

АННОТАЦИЯ

Настоящая статья посвящена разработке обобщенного способа моделирования n-мерного пространства и тела, а также выделения от него (кривых линий) поверхностей и гиперповерхностей, позволяющего автоматизировать процессы их проектирования. Требованиями переменной науки при проектировании сложных форм является разработка обобщенного способа, охватывающего по возможности количество способов, позволяющих конструировать новые виды самых сложных тел (пространство), описываемых общими уравнениями. Также успешно применены ряд свойств, в которых геометрическое тело может перемещаться в пространстве; при этом не происходить имен взаимного положения его элементов.

ABSTRACT

This article is devoted to the development of a generalized method for modeling n - dimensional space and a body, as well as extracting from it (curved lines), surfaces and hypersurfaces, which allows automating their design processes. The requirement of a variable science in the design of complex forms is the development of a generalized method, covering as many ways as possible, allowing the designer to create new types of the most complex bodies (space) described by general equations. A number of properties have also been successfully applied in which a geometric body can move in space; in this case, the names of the mutual position of its elements do not occur.

Ключевые слова: поверхность, тело, линия, параметры, система, координатор, Ева лидо во, пространство, множество, геометрическая фигура, моделирование, направления, конгруэнтность, образующая, аргумент, функция, инженерное исследование, производящий.

Keywords: surface, body, line, parameters, system, coordinator, Evalidovo, space, set, geometric figure, modeling, directions, congruence, generatrix, argument, function, engineering research, generating.

Возьмем двумерное пространство R^2, представляющее собой бесконечную поверхность, и, перемещая его в направлении s_φ, не параллельном ей самой, заполним пространство ∞^1 множеством конгруэнтных поверхностей, которые образуют трехмерное простронство R^3 (рис. 1).

Можно рассуждать и так: все ∞^2 множество точек двумерного пространство *a*, перемещаясь параллельно заданному направлению *s*, образует ∞^2 множество кривых линий, заполняющее пространство R^3.

Таким образом, R^3 содержит в себе минимум два семейства геометрических элементов, состоящих из ∞^1 множество конгруэнтных поверхностей и ∞^2 и можество кривых линий, конгруэнтных направлению *s*.

Рассмотрим следующие предложения (свойства).

Предложение (свойства). Трехмерное пространство образуется ∞^3 множествами точек, расположенных по определенному закону.

Доказательство. Известно, что поверхность *a* имеет ∞^2 множество точек, а кривая направляющая – ∞^1 множество точек.

Каждой точке S соответствует одна поверхность R^2, значит, R^3 содержит в себе $\infty^1 \times \infty^2$ ∞^3 множество точек. Иначе поверхность а имеет ∞^2 множество точек: эти точки, перемещаясь параллельно направлению *s*, заполнят пространство R^3 ∞^2 можеством кривых линий. Если учесть, что каждая из этих кривых линий содержит ∞^1 множество точек, то всего точек ∞^3 будет $\infty^1 \times \infty^2 = \infty^3$. Из этого свойства вытекают два следствия.

Библиографическое описание: Ядгаров У.Т. ТРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО И ТЕЛО. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ // Universum: технические науки : электрон. научн. журн. 2023. 4(109). URL: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/15365

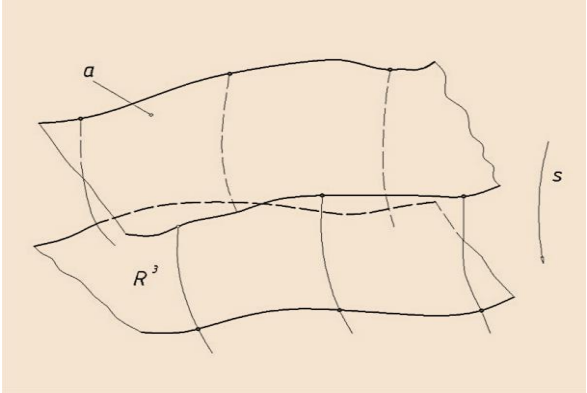

Рисунок 1. Множество конгруэнтных поверхностей b E^3

Следствие 1. Трехмерное пространство образуется ∞^2 множеством одномерного пространства, расположенного по определенному закону.

Следствие 2. Трехмерное пространство может быть образовано ∞^1 множеством двумерного пространства, расположенного по определенным закону.

Трехмерные тела являются частью трехмерного пространства, определенным образом ограниченного.

Предлагаются следующие способы моделирования трехмерного тела. В качестве производящей возьмем двумерное тело (рис. 2). Премещая его в направлении s [s_0, s_i], не параллельном ему самому, получаем ∞^{21} множество конгруэнтных двумерных тел a, $a_{1, ..., a_i}$. Образует трехмерное тело.

По виду a и s (см. рис. 1, 2) R^3 могут быть разделены на следующие группы:

1) a – произвольная поверхность, s – пространственная кривая; R^3 содержит в себе минимум два семейства: ∞^1 множеств конгруэнтных поверхностей и ∞^2 множеств конгруэнтных пространственных кривых линий;

2) a – произвольная поверхность, s – плоская кривая линия. Трехмерное пространство и тело содержат минимум два семейства: ∞^1 множеств конгруэнтных поверхностей и ∞^2 множеств конгруэнтных плоских кривых линий;

3) a – произвольная поверхность, s – прямая линия. Трехмерное пространство содержит минимум два семейства: ∞^1 множеств конгруэнтных поверхностей и ∞^2 множеств прямых линий;

4) a – плоскость, s – пространственная кривая линия; R^3 содержит минимум два семейства; ∞^1 множеств плоскостей и ∞^2 множеств пространственных кривых линий;

5) a – плоскость, s – плоская кривая линия; R^3 содержит минимум ∞^1 множеств плоскостей и ∞^2 множеств плоских кривых линий;

6) a – плоскость, s – прямых линия; R^3 состоит из ∞^1 множеств плоскостей и ∞^2 прямых линий.

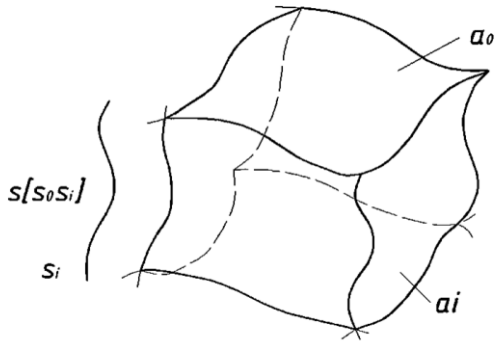

Рисунок 2. Геометрическое моделирование трехмерной поверхности

Чаще всего трехмерное пространство рассматривается как образованное движениями двумерного пространство по определенному закону. Двумерное пространство, производящее трехмерное пространство, назовем образующим. Оно при движении может сохранять свою форму, изменяя только положение или положение и форму.

Закон движения образующей может быть управляемым математически, одной или несколькими направляющими линиями и т.д. Эти математические функции или линии называются направляющими. Например, на рис 11, a – образующая, а s – направляющая.

Пусть образующая поверхность имеет M_1, а направляющая кривая s – N_1 параметров формы и положения, где $i = m + h$, $j = l + k$, m – параметры формы, h – параметры положения производящей, а l – параметры формы, k – параметры положения направляющей.

Управляя параметрами M_1 и N_1, можно обобщить приведенный способ моделирования R^3, который осуществляется в следующем виде:

1) все параметры M_1 и N_1, постоянны, то есть при перемещении производящей «параллельно» направлению s выполняется движение, характер которого зависит от вида кривой s;

2) один из параметров формы или положения производящей или направляющей, например M_1, переменный, а все остальные параметры формы и положения производящей и направляющей постоянны, например константы M_2, M_3, … $M_m + 1$, $M_m + 2$, $M_m + 3$, … M_h; N_1 N_2, … N_t, N_k. При этом производящая выполняет сложное движение за счет одного параметра формы или положения (например, M_1). Это движение назовем однородным движением производящей. Характер однородного движения производящей зависит от характера задания переменного параметра, в данном случае от характера задания переменного параметра – задания M_1.

Переменный параметр, например M_1, может быть задан в виде математической функции от произвольного переменного аргумента. Аргумент может меняться произвольно, независимо от определителей R^3 (a, s). Для учета наперед заданных условий переменный аргумент функционально может зависеть от каких-нибудь параметров определителя или от

произвольного другого необходимого параметра или переменного (в виде графика или какого-нибудь геометрического или инженерного условия и т. д.);

3) оба параметра производящей или направляющей переменные. Если эти два параметра направляющей заданы в виде математической функции от двух произвольных аргументов, то образуются три различных вида R^3, так как заданная производящая проделывает движения по трем направлениям. Одно из этих направлений – заданное *s*, два другие заданы в виде математической функции. Установив функциональную зависимость между этими тремя направлениями через один аргумент, получим более обобщенный вид R^3, образованный тройным сложным движением производящей;

4) три, четыре, пять и т.д. – все параметры формы и положения M_1, N_1 производящей и направляющей переменные. Если M_1, N_1 заданы в виде математической функции, то возможны два случая:

а) все параметры формы и положения M_1 и N_1, задаются в виде функциональной зависимости от *(i+j)* аргументов, независимых друг от друга. В этом случае образуется *(i+j+1)-е* множество различных видов R^3, так как заданная производящая проделывает движение по *(i+j+1)*-му множеству видов направлений;

б) между *(i+j+1)*-м множеством видов направлений установлена функциональная зависимость через один аргумент. Тогда получим обобщенный способ моделирования R^3, который образуется *(i+j+1)*-м множеством движений производящей, управляемой одним аргументом.

Трехмерной пространство как объект инженерного исследования может быть получено в виде какой-нибудь технической детали, геометрического места точек или линий, уравнения результата перемещения двумерного пространства и т.д. С другой стороны, R^3 может быть использовано в геометрии в качестве систем координат, в которых ведется измерение пространственных элементов. Для этого на производящей α (рис. 12) выберем произвольную точку A ≡ 0. Возьмем две кривые линии, проходящие через эту точку, приняв их за оси *x* и *y*. Кривую, образованную движением точки A ≡ 0 в направлении *s*, используем в качестве третьей оси *z*. Осями *x* и *y* могут служить любые кривые линии, принадлежащие α.

Аналогичным образом при помощи R^3 можно моделировать трехмерную, четырехмерную и т.д. *n*-мерную систему координат.

Основным фактором при этом является число направлений.

Все геометрические пространства (одномерные, двумерные и *n*-мерные) имеют параметры формы и положения, управляя которыми можно обеспечить переход от одного вида системы координат к другому. Например, трехмерное пространство имеет $M_i(i=m+h)$ и $Nj\ (j=k+l)$ параметров формы и положения.

При $M_i = const$ и $Nj = const$ получим одномерную, двумерную и т.д. *n*-мерную системы координат, методы моделирования и классификация которых приведены в предыдущих параграфах.

Если хотя бы один из параметров производящей или направляющей моделирования пространства переменный, то связанная с ним система координат тоже переменная. Пусть один из параметров формы производящей, например M_1, переменный (см. рис. 3), остальные параметры формы и положения производящей и направляющих постоянные (например, $M_1 = const, M_2 = const, M_3 = const, \ldots M_h = const, N_1 = const, N_2 = const, \ldots N_k = const$).

При этом возможны следующие случаи:

1) $M_1 = M_1\ (t)$. При переменной производящей «параллельно» *s* пространство меняет свою форму. Изменение происходит при помощи *t*, независимо от направления *s*. Оси *x, y, z* системы координат (см. рис. 3), связанной с производящей, меняют свои параметры *t* и *s*. Таким образом, для управления системам координат имеем два параметра;

2) $M_1 = M_1\ (t), t = t(s)$. Происходит изменение параметров системы координат, управляемой одним параметром системы координат, управляемой одним параметром *s*.

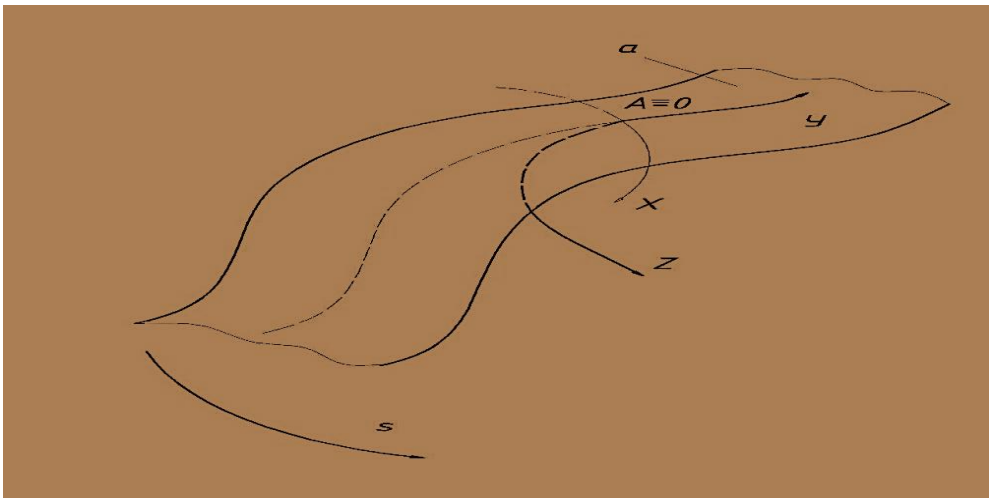

Рисунок 3. Перемещения двумерного элемента b E^3

Рассмотрим случай, когда вначале два параметра формы и положения направляющей и производящей переменные, а потом три, четыре и т.д. – все параметры переменные; например, $M_1 = M_1(t)$, $M_2 = M_2(t_2)$, ... $M_h = M_h(t_h)$, $N_1 = N_1(t^1_1)$, $N_2 = N_2\, t^1_2)$, ... $N_k = N_k(t^1_k)$. *Имеем* $t_{1,..,}\, t_h,\, t^1_{2,...,}\, t^1_k$ и s – параметры управления системами координат, управляя которыми в отдельности обеспечиваем переход от одного вида системы координат к другому. Чтобы обеспечить этот переход с одним параметром, поступим следующим образом $t_1 = t_1(s)$, $t_2 = t_2(s)$,.., $t_h = t_h(s)$, $t^1_1 = t^1_1(s)$, $t^1_2 = t^1_2(s)$,.., $t^1_к = t^1_к(s)$, где s – параметр управления перехода от одной системы координат к другой $t_1(s)$, $t_2(s)$,... $t_h(s)$, $t^1_1(s)$, $t^1_2(s)$,... $t^1_к(s)$ – условия перехода систем координат.

Таким образом, устанавливая функциональные зависимости между параметрами управления через аргументы s, t_1, t_2, t_3, t_4, получаем R^5, а через аргументы s, t_1, M_1, M_2, t_3,°$_1$ – R^6 и т.д., устанавливая функциональные зависимости между параметрами формы и положения направляющей и производящей в виде $m_1 = m_1(t_1)$, $m_2 = m_2(t_2)$,... $h_1 = h_1(M_1)$, $h_2 = h_2(M_2)$,... $l_1 = l_1$ (°$_1$), $l_2 = l_2$ (°$_2$),... $k_1 = k_1(\varepsilon_1)$, $k_2 = k_2(\varepsilon_2)$, получаем R^n. Если между этими переменными аргументами установлена функциональная зависимость через один аргумент, например через s, как уже было сказано выше, получим общий способ моделирование R^1.

Если сначала задать в качестве производящей R^1, а потом R^2, R^3, … R^{n-1}, то, управляя параметрами, получаем соответственно от каждой производящей R^2, R^3, … R^n.

Существует и обратный переход: задавая сначала в качестве производящей R^{n-1}, а потом R^{n-2}, R^{n-3},… R^1 и управляя параметрами, получаем соответственно R^n, R^{n-1},… R^1. Например, устанавливая между параметрами s, t_1, t_2, M_1, M_2,... °$_1$, °$_2$,.... ε_1, ε_2 функциональные зависимости через *(n-1)* аргументов в виде s, t_1, t_2,... M_1, M_2,... °$_1$, °$_2$,... ε_1, ε_1,... °$_1$, °$_2$,... ε_2, ε_2,..., получаем R^{n-1} от R^2. Если между этими параметрами устанавливаются функциональные зависимости через *(n-2)*, а потом через *(n-3)* и т.д. через один любой аргумент, то получим R^{n-2}, R^{n-3} и т.д. от R^n кривую линию R^1.

Список литературы:

1. Ахмедов Ю.Х. // Journal For Innovative Development in Pharmaceutical and Technical Science. – Georgia, 2021. – Vol. 4, Iss. 03. – P. 129–134.
2. Ахмедов Ю.Х. Автоматическая аппроксимация односвязных гиперповерхностей полиэдрами применительно к расчетам несущей способности оболочек покрытий : дис. … канд. техн. наук. – К., 1985. – 202 с.
3. Махмудов М.Ш. Автоматическая линеаризация выпуклых гиперповерхностей и несущая способность оболочек // Universum: технические науки. – 2022. – № 2-1 (95). – С. 34–37.
4. Махмудов М.Ш. Элементы гиперсетей и их в заимопринадлежность // Polish Science Journal. – Warsaw, 2020. – № 9. – С. 30.
5. Махмудов М.Ш., Тошев И.И. Автоматическая аппроксимация гипермногогранником выпуклых гиперповерхностей // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. – 2023. – № 3 (108) / [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://7universum.com/ru/tech/archive/item/15091 (дата обращения: 11.04.2023).
6. Ядгаров У.Т. Геометрическое моделирование трехмерного пространство и тела // 2022. – Vol. 2. – P. 252.
7. Akhmedov Y.X., Yadgarov U.T., Makhmudov M.SH. II International scientific and practical conference “Problems and prospects of innovative machinery and technologies in the agri-food chain”. – Tashkent, 2022.
8. Yadgarov U.T. Geometric modeling of three-dimensional space and body // Eurasian journal of physics, chemistry and mathematic. – P. 85 / [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.geniusjournals.org.