

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УСРЕДНЯЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ ВХОДНЫХ ДАННЫХ

Толстунов Владимир Андреевич

*канд. техн. наук, доцент, Кемеровский государственный университет,
650000, РФ, г. Кемерово, ул. Красная, дом №6
E-mail: vat@bk.ru*

AVERAGING FILTERS WITH NONLINEAR TRANSFORMATIONS OF INPUT DATA

Vladimir Tolstunov

*candidate of Technical Sciences, Associate professor, Kemerovo State University,
650000, Russia, Kemerovo, Krasnaya Street, 6*

АННОТАЦИЯ

Предлагаются алгоритмы цифровых сглаживающих фильтров, использующих нелинейную обработку отсчетов входного сигнала. Алгоритмы получены согласно соотношению, которое было предложено автором в предыдущих публикациях $y_{kl} = f^{-1}(\frac{1}{mn} \sum_i \sum_j f(x_{ij}))$. Здесь x_{ij} – входной сигнал, y_{kl} – выходной сигнал, $m \times n$ – размер апертуры фильтра, $f(x)$ – непрерывная, нелинейная функция.

В статье приведены пять алгоритмов, когда $f(x) = \exp(-ax)$, $f(x) = \exp(-ax^2)$, $f(x) = a^x$, $f(x) = a^{-1/x}$, $f(x) = x^{-a/x}$. Данные алгоритмы фильтрации исследованы численно при удалении аддитивных гауссовских и импульсных помех. Результаты фильтрации сравнивались с погрешностью традиционного медианного фильтра.

В статье приведены таблицы погрешностей фильтрации рассматриваемых фильтров. Приведены, также, рисунки зашумленных и отфильтрованных изображений. Показано, что с ростом амплитуды импульсного шума погрешности новых алгоритмов практически не изменяются. При удалении импульсного шума, если вероятность его появления $p \leq 0.3$, то погрешности новых алгоритмов близки к погрешностям медианного фильтра. Если $0.3 < p \leq 0.9$, то эти погрешности в 2-3 раза меньше погрешностей медианного фильтра. Гауссовский шум удаляется предлагаемыми фильтрами с той же точностью, что и медианным фильтром.

В статье сделано предложение о возможности использовать исследованные алгоритмы для решения практических задач.

ABSTRACT

Algorithms of the digital smoothing filters using nonlinear processing of counting of an entrance signal are offered. Algorithms are received according to a ratio which was offered the author in the previous publications $y_{kl} = f^{-1}(\frac{1}{mn} \sum_i \sum_j f(x_{ij}))$ here x_{ij} – entrance signal, y_{kl} – entrance signal, $m \times n$ – filter aperture size, $f(x)$ – continuous, nonlinear function.

Five algorithms are given in article when $f(x) = \exp(-ax)$, $f(x) = \exp(-ax^2)$, $f(x) = a^x$, $f(x) = a^{-1/x}$, $f(x) = x^{-a/x}$. These algorithms of a filtration are investigated in number during removal of additive Gaussian and pulse hindrances. Results of a filtration were compared with a margin error the traditional median filter.

Tables of errors of a filtration of the considered filters are provided in article. Also, drawings of the noisy and filtered images are provided.

It is shown that with growth of amplitude of pulse noise of an error of new algorithms practically don't change. During removal of pulse noise, if probability of his emergence $p \leq 0.3$, that errors of new algorithms are close to errors of the median filter. If $0.3 < p \leq 0.9$, that these errors in 2-3 time there are less errors of the median filter. Gaussian noise is removed offered by filters with the same accuracy, as the median filter.

In article the proposal on an opportunity to use the studied algorithms for the solution of practical tasks is made.

Ключевые слова: фильтр, мешающий шум, погрешность фильтрации, цифровое моделирование.

Keywords: filter, disturbing noise, inaccuracy of filtering, digital modeling.

На практике для восстановления информационных сигналов широкое использование нашли сглаживающие фильтры [1, с. 131, 228]. При этом алгоритмы пространственных фильтров используют, как правило, различные операции усреднения отсчетов входного сигнала. Однако, как показали исследования [2, с. 46], можно получить хорошие результаты восстановления сигналов путем усреднения функционально - преобразованных отсчетов входного сигнала.

Пусть имеем фильтр со скользящим окном, размером апертуры $m \times n$, на вход которого поступает сигнал с отсчетами $x_{ij} = s_{ij} + n_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$, где s_{ij} – отсчеты полезного детерминированного сигнала, n_{ij} – отсчеты мешающего шума. Полагаем, что в пределах апертуры фильтра значения полезного сигнала практически одинаковы. Тогда $x_{ij} = s_{kl} + n_{ij}$. В качестве выхода фильтра возьмем соотношение [2, с. 46]

$$y_{kl} = f^{-1} \left(\frac{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} f(x_{ij})}{mn} \right), \quad (1)$$

где $f(x)$ некоторая монотонная, непрерывная функция. Если в качестве $f(x)$ выбирать функции, значения которых обратно пропорциональны значениям аргумента x , то, как показано далее, фильтр (1) позволяет достаточно хорошо убирать интенсивный импульсный шум.

Рассмотрим некоторые из таких функций [3,4,5,6]

1. Пусть $f(x_{ij}) = e^{-\alpha_1 x_{ij}}$, $\alpha_1 = const > 0$, тогда из (1) будем иметь

$$y_{kl} = -\frac{1}{\alpha_1} \ln \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} e^{-\alpha_1 x_{ij}} \right). \quad (2)$$

2. Если $f(x_{ij}) = e^{-\alpha_2 x_{ij}^2}$, $\alpha_2 = const > 0$, то

$$y_{kl} = \left(-\frac{1}{\alpha_2} \ln \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} e^{-\alpha_2 x_{ij}^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

3. Если $f(x_{ij}) = \alpha_3^{x_{ij}}$, $\alpha_3 = const > 0$, то

$$y_{kl} = \frac{1}{\ln \alpha_3} \ln \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} \alpha_3^{x_{ij}} \right). \quad (4)$$

4. Если $f(x_{ij}) = \alpha_4^{-\frac{1}{x_{ij}}}$, $\alpha_4 = const > 0$, то

$$y_{kl} = -\frac{\ln \alpha_4}{\ln \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} \alpha_4^{-\frac{1}{x_{ij}}} \right)}. \quad (5)$$

5. Пусть $f(x_{ij}) = x_{ij}^{-\frac{\alpha_5}{x_{ij}}}$, $\alpha_5 = const > 0$. Для определения в (1) обратной функции используем при $0 < x < 1$ представление $\ln x \approx x - 1 - \frac{1}{2}(x - 1)^2$ и учтем, что $x^2 \ll x$. Тогда в нашем случае можно получить

$$y_{kl} = \frac{3}{4 + \frac{2}{\alpha_5} \ln \left(\frac{1}{mn} \sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} x_{ij}^{-\frac{\alpha_5}{x_{ij}}} \right)}. \quad (6)$$

Алгоритмы (2), (3), (4), (5), (6) были промоделированы численно в случае, когда шум $n(t)$ является аддитивной смесью независимых гауссовских $\xi(t)$ и импульсных $\eta(t)$ помех. При этом предполагалось, что $\xi(t)$ имеет нулевое среднее значение и дисперсию σ^2 , а $\eta(t)$ принимает три значения: $-A$, 0 , $A > 0$. Пусть $p(\eta(t) = A) = p$, $p(\eta(t) = -A) = q$, $p(\eta(t) = 0) = 1 - p - q$. Моделирование показало, что при удалении импульсного шума хорошие результаты достигаются при следующих параметрах $\alpha_1 \geq 35$, $\alpha_2 \geq 35$, $\alpha_3 \ll 1$, $\alpha_4 \ll 1$, $\alpha_5 \geq 10$. При удалении гауссовского шума следует брать $\alpha_1 \ll 1$, $\alpha_2 \ll 1$, $\alpha_3 \approx 1$, $\alpha_4 \gg 1$, $\alpha_5 \ll 1$.

Результаты зашумления полезного сигнала и фильтрации изображения размера $M \times N$ будем характеризовать соответственно величинами

$$R_0 = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |s_{ij} - x_{ij}|,$$

$$R = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |s_{ij} - y_{ij}|.$$

Пусть R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 – погрешности удаления шума фильтрами соответственно с экспоненциальным преобразованием (2), с гауссовским преобразованием (3), с показательным преобразованием (4), с показательным преобразованием гиперболического вида (5), с показательным преобразованием (6) и, для сравнения, R_m – погрешность традиционного медианного фильтра.

В таблице 1 приведены результаты наложения импульсного шума при $p = 0.4$, $q = 0$ и результаты удаления этого шума в зависимости от величины его амплитуды A при $m = n = 3$.

Таблица 1.

Погрешности фильтрации при изменении амплитуды импульсного шума

Погрешность	Амплитуда A					
	25	75	125	175	225	250
R_0	0.0392	0.1175	0.1964	0.2744	0.3524	0.3918
R_m	0.0413	0.0955	0.1495	0.2011	0.2534	0.2796
$R_1, \alpha = 40$	0.0388	0.0388	0.0388	0.0389	0.0389	0.0390

$R_2, \alpha = 40$	0.0451	0.0542	0.0546	0.0547	0.0547	0.0548
$R_3, \alpha = 10^{-5}$	0.0376	0.0391	0.0393	0.0393	0.0394	0.0394
$R_4, \alpha = 10^{-5}$	0.0490	0.0493	0.0494	0.0495	0.0596	0.0497
$R_5, \alpha = 14$	0.1060	0.1051	0.1051	0.1052	0.1052	0.1052

Из приведенных данных видно, что погрешности фильтров (2) – (6) слабо меняются с ростом амплитуды импульсного шума.

В таблице 2 приведены результаты наложения импульсного шума при $A = 100, q = 0$ и результаты удаления шума в зависимости от величины его вероятности p при $m = n = 3$.

Таблица 2.

Погрешности фильтрации при изменении вероятности появления импульсного шума

Погрешность	Вероятность p					
	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1
R_0	0.0390	0.1179	0.1963	0.2748	0.3531	0.3922
R_m	0.0216	0.0654	0.1995	0.3344	0.3819	0.3899
$R_1, \alpha = 40$	0.0409	0.0389	0.0401	0.0587	0.1762	0.3572
$R_2, \alpha = 40$	0.0419	0.0498	0.0610	0.0881	0.1977	0.3524
$R_3, \alpha = 10^{-5}$	0.0355	0.0366	0.0443	0.0732	0.1963	0.3657
$R_4, \alpha = 10^{-5}$	0.0534	0.0504	0.0508	0.0646	0.1789	0.3614
$R_5, \alpha = 14$	0.1140	0.1139	0.1140	0.1142	0.1290	0.2140

Из приведенных данных видно, что погрешности фильтров (2) – (6) с ростом вероятности появления импульсного шума растут существенно меньше, чем погрешность медианного фильтра.

В таблице 3 приведены результаты наложения гауссовского шума при $p = 0, q = 0$ и результаты удаления шума в зависимости от величины σ при $m = n = 3$.

Таблица 3.

Погрешности фильтрации при изменении среднего квадратического отклонения гауссовского шума

Погрешность	σ					
	3	9	15	21	27	30
R_0	0.0094	0,0283	0,0470	0,0660	0,0848	0,0943
R_m	0,0201	0,0252	0,0309	0,0373	0,0439	0,0471
$R_1, \alpha = 10^{-4}$	0,0245	0,0265	0,0297	0,0339	0,0386	0,0410
$R_2, \alpha = 10^{-4}$	0,0272	0,0309	0,0368	0,0444	0,0530	0,0578
$R_3, \alpha = 0,91$	0,0245	0,0262	0,0297	0,0339	0,0385	0,0410
$R_4, \alpha = 10$	0,0376	0,0433	0,0533	0,0664	0,0802	0,0876
$R_5, \alpha = 10^{-4}$	0,0845	0,0892	0,0966	0,1055	0,1158	0,1215

Как следует из приведенных результатов, погрешности удаления гауссовского шума фильтрами (2) – (5) и медианным практически одинаковы.

положительным импульсным шумом ($A = 100, p = 0.7, q = 0, \sigma = 0, R_0 = 0, 2748$), в результате удаления наложенного шума медианным фильтром ($m = n = 3, R = 0.3344$).

На рисунке 1 показаны: *а* – исходное изображение, *б* – результат его зашумления

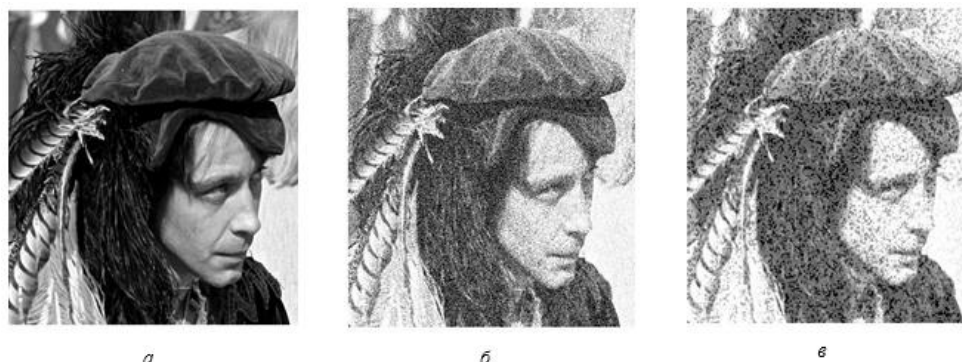


Рисунок 1. Исходное изображение, результат его зашумления, выход медианного фильтра



Рисунок 2. Результаты удаления шума

На рисунке (2) показаны: (а) – результат удаления наложенного шума фильтром (2) ($m = n = 3, R = 0.0587$), (б) – результат удаления шума фильтром (4) ($m = n = 3, R = 0.0732$), (в) – результат удаления шума фильтром (6) ($m = n = 3, \alpha = 13, s = 5, R = 0.1142$).

Таким образом, проведенные исследования предлагаемых алгоритмов фильтрации показывают их способность достаточно хорошо удалять аддитивные гауссовский шум и импульсный шум большой амплитуды и высокой интенсивности.

Список литературы:

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Толстунов В.А. Восстановление сигналов с помощью обобщенной пространственной фильтрации // Оралдын гылым жаршысы. – 2013. – № 25(73). – С. 45–49.
3. Толстунов В.А., Степанец П.В. Нелинейный усредняющий фильтр с экспоненциальным преобразованием // Доклады ТУСУРа. – 2009. – Т. 2(20). – С. 43–47.
4. Толстунов В.А. Нелинейный сглаживающий фильтр с показательным преобразованием // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. 2014. № 4(5). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/1256> (дата обращения 10.01.2017).
5. Толстунов В.А. Сглаживающий фильтр с показательным преобразованием гиперболического вида // Международный научный журнал «Инновационная наука». – Уфа: «Аэтерна», 2015. – № 1-2. – С. 90–94.
6. Толстунов В.А. Сглаживающие фильтры с гауссовским и показательно-степенным преобразованиями // Международный научный журнал «Символ науки». – 2016. – Часть 2. – № 2. – С. 82–85.

References:

1. Gonzalez R., Woods R. Digital Image Processing. Moscow: Tehnosfera Publ., 2005. 1072 p. (in Russian).
2. Tolstunov V.A. Restoration of signals by means of the generalized spatial filtration. Oraldyn gylm zharshysy [Scientific-theoretical and practical magazine]. 2013. No.25(73). pp. 45-49 (in Russian).
3. Tolstunov V.A., Stepanets P.V. The nonlinear averaging filter with exponential transformation. Doklady TUSURa [Scientific magazine of the Tomsk university of control systems and radio electronics]. 2009. Vol. 2(20). pp. 43-47 (in Russian).
4. Tolstunov V.A. Nonlinear filtering on the base of index transformation. Universum, Tehnicheskie nauki [«UNIVERSUM: Technical Sciences»]. 2014. No. 4(5). Available at: URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/1256> (accessed 10 January 2017).
5. Tolstunov V.A. The smoothing filter with indicative transformation of a hyperbolic look. Nauchnyj zhurnal «Innovacionnaja nauka» [scientific magazine «Innovative science»]. Ufa, Aeterna Publ., 2015. No. 1-2. pp. 90-94 (in Russian).
6. Tolstunov V.A. The smoothing filters with Gaussian it is also indicative - sedate transformations. Mezhdunarodnyi nauchnyj zhurnal «Simvol nauki» [International scientific magazine « Science symbol»]. 2016. Part2, no.2. pp. 82-85 (in Russian).